

1. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (k^2 - 3k - 4)x + 2 - k = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, α 는 양수이고 β 는 음수이다. β 의 절댓값이 α 의 절댓값보다 클 때, 정수 k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(\text{두 근의 합}) = k^2 - 3k - 4 = (k - 4)(k + 1) < 0$$

$$-1 < k < 4$$

$$(\text{두 근의 곱}) = 2 - k < 0 \text{에서 } k > 2$$

$$\therefore 2 < k < 4$$

2. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로
∴ ⑤ 모든 실수

3. 부등식 $x^2 - 3|x| - 4 > 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x < -4$ 또는 $x > 4$ ② $x < -1$ 또는 $x > 4$
③ $x < 1$ 또는 $x > -4$ ④ $-1 < x < 4$
⑤ $-1 < x < 3$

해설

부등식에 절댓값이 있으므로
(i) $x \geq 0$
 $x^2 - 3x - 4 > 0$
 $(x + 1)(x - 4) > 0$
 $x < -1$ 또는 $x > 4$
 $x \geq 0$ 이므로 $x > 4$
(ii) $x < 0$
 $x^2 + 3x - 4 > 0$
 $(x - 1)(x + 4) > 0$
 $x < -4$ 또는 $x > 1$
 $x < 0$ 이므로 $x < -4$
(i) (ii)로부터 $x < -4$ 또는 $x > 4$

4. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 를 만족하는 x 의 범위를 바르게 구한 것은?

- ① $-1 \leq x < 2$ ② $x \leq -1$ ③ $x \geq 1$
④ $x \leq 1$ ⑤ $x \leq -1, x \geq 2$

해설

$2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(2[x] + 3)([x] - 2) < 0, -\frac{3}{2} < [x] < 2$$

이 때 $[x]$ 는 정수이므로 $[x] = -1, 0, 1$

$[x] = -1, 0, 1$ 이면 $-1 \leq x < 2$

$\therefore -1 \leq x < 2$

5. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때 a 의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5 \text{에서}$$

$$(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x + (2a - 5) \geq 0$$

이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a - 2 > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{판별식 } \frac{D}{4} = (a - 2)^2 - (a - 2)(2a - 5) \leq 0 \text{이므로}$$

$$a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$$

$$= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$$

$$= -a^2 + 5a - 6$$

$$= -(a^2 - 5a + 6)$$

$$= -(a - 2)(a - 3) \leq 0$$

따라서 $(a - 2)(a - 3) \geq 0$ 이므로

$$a \leq 2 \text{ 또는 } a \geq 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $a \geq 3$

따라서 a 의 최솟값은 3

6. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$
- ② $-7 < x < -5$
- ③ $-7 < x < 5$
- ④ $5 < x < 7$
- ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$, $140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$
 $\textcircled{가}$ 를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

7. x 에 관한 이차부등식 $x^2 - (a-6)x + a-3 \leq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 실수 a 의 범위는?

- ① $4 \leq a \leq 12$ ② $a \leq 4, a \geq 12$ ③ $6 \leq a \leq 8$
④ $a \leq 6, a \geq 8$ ⑤ $4 \leq a \leq 8$

해설

$x^2 - (a-6)x + a-3 \leq 0$ 의 실수해가 존재하려면

$$D = (a-6)^2 - 4(a-3) \geq 0$$

$$a^2 - 16a + 48 \geq 0, (a-4)(a-12) \geq 0$$

$$\therefore a \leq 4, a \geq 12$$

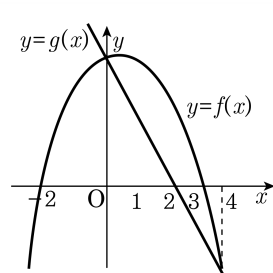
8. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

9. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



- ① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$
 ③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$
 ⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
 함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
 위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
 구하는 해는 $0 < x < 4$

10. 이차함수 $y = -2x^2 - 2x + 1$ 의 그래프가 직선 $y = mx + n$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < \frac{3}{2}$ 일 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

① -6 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

부등식 $-2x^2 - 2x + 1 > mx + n$,

즉 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 < 0$ 의 해가

$-1 < x < \frac{3}{2}$ 이므로

방정식 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 = 0$ 의 해가

$x = -1$ 또는 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{m+2}{2} = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}, \frac{n-1}{2} = (-1) \cdot \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$ 이므로

$m = -3, n = -2$

$\therefore mn = 6$

11. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

- ① 7 개 ② 8 개 ③ 9 개 ④ 10 개 ⑤ 11 개

해설

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x-1)^2 > 0$

$\therefore x \neq 1$ 인 모든 실수

(나)에서 $(2x+3)(x-6) \leq 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} \leq x \leq 6, x \neq 1$$

이 범위를 만족하는 정수는

-1, 0, 2, 3, 4, 5, 6 이다.

12. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots ①$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots ②$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

13. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0$, $x > 0$, $x+1 > 0$, $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ㉠$
한편, 둔각삼각형이 되려면
 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \dots\dots ㉡$
㉠, ㉡에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2$, $b = 4$
따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p 의 값의 범위는?

- ① $0 < p < 1$ ② $\frac{1}{2} < p < 1$ ③ $1 \leq p < 2$

15. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

③ $-2 < m < 2</$