1. x에 대한 이차방정식 $x^2-(k^2-3k-4)x+2-k=0$의 두 실근을 α, β라 할 때, α는 양수이고 β는 음수이다. β의 절댓값이 α의 절댓값보다 클 때, 정수 k의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(두 근의 합) $=k^2-3k-4=(k-4)(k+1)<0$

$-1<k<4$

(두 근의 곱) $=2-k<0$에서 $k>2$

$\therefore 2<k<4$

2. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$인 모든실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2 \geq 0$, (실수$)^2 \geq 0$이므로

$\therefore$ ⑤ 모든실수

3. 부등식 $x^2 - 3|x| - 4 > 0$ 의 해를 구하면?

① $x < -4$ 또는 $x > 4$

② $x < -1$ 또는 $x > 4$

③ $x < 1$ 또는 $x > -4$

④ $-1 < x < 4$

⑤ $-1 < x < 3$

해설

부등식에 절댓값이 있으므로

(i) $x \geq 0$

$x^2 - 3x - 4 > 0$

$(x+1)(x-4) > 0$

$x < -1$ 또는 $x > 4$

$x \geq 0$ 이므로 $x > 4$

(ii) $x < 0$

$x^2 + 3x - 4 > 0$

$(x-1)(x+4) > 0$

$x < -4$ 또는 $x > 1$

$x < 0$ 이므로 $x < -4$

(i) (ii) 로부터 $x < -4$ 또는 $x > 4$

4. 실수 x에 대하여 $[x]$는 x를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 부등식 $2[x]^2-[x]-6<0$를 만족하는 x의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \le x < 2$　② $x \le -1$　③ $x \ge 1$

④ $x \le 1$　⑤ $x \le -1,\ x \ge 2$

해설

$2[x]^2-[x]-6<0$에서 좌변을 인수분해하면

$(2[x]+3)([x]-2)<0,\ -\dfrac{3}{2}<[x]<2$

이 때 $[x]$는 정수이므로 $[x]=-1,\ 0,\ 1$

$[x]=-1,\ 0,\ 1$이면 $-1 \le x < 2$

$\therefore\ -1 \le x < 2$

5. 모든 실수 x에 대하여 $a(x^2+2x+2) \geq 2x^2+4x+5$가 성립할 때 a의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$a(x^2+2x+2) \geq 2x^2+4x+5$에서

$(a-2)x^2+2(a-2)x+(2a-5) \geq 0$

이 모든 실수 x에 대하여 성립해야 하므로

$a-2>0 \cdots$ ㉠

판별식 $\dfrac{D}{4}=(a-2)^2-(a-2)(2a-5) \leq 0$이므로

$a^2-4a+4-(2a^2-9a+10)$

$=a^2-4a+4-2a^2+9a-10$

$=-a^2+5a-6$

$=-(a^2-5a+6)$

$=-(a-2)(a-3) \leq 0$

따라서 $(a-2)(a-3) \geq 0$이므로

$a \leq 2$ 또는 $a \geq 3 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a \geq 3$

따라서 a의 최솟값은 3

6. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2-2bx+a<0$ 의 해는?

① $x<-7$ 또는 $x>-5$ ② $-7<x<-5$

③ $-7<x<5$ ④ $5<x<7$

⑤ $x<5$ 또는 $x>7$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 이므로

$(14x-1)(10x-1)<0,\ 140x^2-24x+1<0$

$-140x^2+24x-1>0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c>0$

$\therefore a=-140, b=24, c=-1 \cdots$ ㈎

㈎를 $4cx^2-2bx+a<0$ 에 대입하면

$-4x^2-48x-140<0$

$x^2+12x+35>0,\ (x+7)(x+5)>0$

$\therefore x<-7$ 또는 $x>-5$

7. x에 관한 이차부등식 $x^2-(a-6)x+a-3 \le 0$을 만족하는 실수 x가 존재할 때, 실수 a의 범위는?

① $4 \le a \le 12$　② $a \le 4,\ a \ge 12$　③ $6 \le a \le 8$

④ $a \le 6,\ a \ge 8$　⑤ $4 \le a \le 8$

해설

$x^2-(a-6)x+a-3 \le 0$의 실수해가 존재하려면

$D=(a-6)^2-4(a-3) \ge 0$

$a^2-16a+48 \ge 0,\ (a-4)(a-12) \ge 0$

$\therefore\ a \le 4,\ a \ge 12$

8. 부등식 $|x-2|<k$를 만족하는 모든 x의 값이 부등식 $|x^2-8| \le 8$을 만족할 때, 실수 k의 최댓값은? (단, $k>0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2-8| \le 8$을 풀면

$-8 \le x^2-8 \le 8$

$0 \le x^2 \le 16$

$\therefore -4 \le x \le 4$

$k>0$이므로 부등식 $|x-2|<k$ 을 풀면

$-k < x-2 < k$

$-k+2 < x < k+2$

이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2-8| \le 8$을 만족하려면

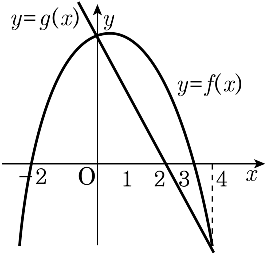
$-k+2 \ge -4,\ k+2 \le 4$이어야 하므로

$k \le 6,\ k \le 2$

$\therefore 0 < k \le 2$

따라서 실수 k의 최댓값은 2이다.

9. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



① $-2 < x < 4$　② $-2 < x < 3$

③ $0 < x < 4$　④ $2 < x < 3$

⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
구하는 해는 $0 < x < 4$

10. 이차함수 $y=-2x^2-2x+1$ 의 그래프가 직선 $y=mx+n$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < \frac{3}{2}$ 일 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

① -6 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

부등식 $-2x^2-2x+1 > mx+n$,
즉 $2x^2+(m+2)x+n-1<0$ 의 해가
$-1 < x < \frac{3}{2}$ 이므로
방정식 $2x^2+(m+2)x+n-1=0$ 의 해가
$x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ 이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$-\frac{m+2}{2}=-1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$, $\frac{n-1}{2}=(-1)\cdot\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}$ 이므로
$m=-3,\ n=-2$
$\therefore\ mn=6$

11. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 \\ 2x^2 - 9x - 18 \le 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

① 7 개 ② 8 개 ③ 9 개 ④ 10 개 ⑤ 11 개

해설

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 & \cdots (\text{가}) \\ 2x^2 - 9x - 18 \le 0 & \cdots (\text{나}) \end{cases}$$

(가)에서 $(x-1)^2 > 0$

$\therefore x \neq 1$인 모든 실수

(나)에서 $(2x+3)(x-6) \le 0$

$\therefore -\frac{3}{2} \le x \le 6$

따라서 공통 범위를 구하면

$-\frac{3}{2} \le x \le 6, x \neq 1$

이 범위를 만족하는 정수는

$-1,\ 0,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$이다.

12. 두 부등식 $2x-1>0$, $(x+1)(x-a)<0$을 동시에 만족하는 x의 값의 범위가 $\frac{1}{2}<x<3$ 이 되도록 하는 정수 a의 값은? (단,$a>1$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2x-1>0$

$\therefore x>\frac{1}{2}\cdots\cdots$ ①

$(x+1)(x-a)<0$

$\therefore -1<x<a\cdots\cdots$ ②

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2}<x<3$ 이므로

$\therefore a=3$

13. 세 변의 길이가 $x-1,\ x,\ x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위가 $a < x < b$라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$의 두 근의 곱은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x-1,\ x,\ x+1$은 삼각형의 세 변이므로

$x-1>0$, $x>0$, $x+1>0$, $x-1+x>x+1$ $\therefore\ x>2$ ⋯⋯㉠

한편, 둔각삼각형이 되려면

$(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$

$x^2 - 4x < 0$에서 $0 < x < 4$ ⋯⋯㉡

㉠,㉡에서 $2 < x < 4$

$\therefore\ a = 2,\ b = 4$

따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$의 두 근의 곱은

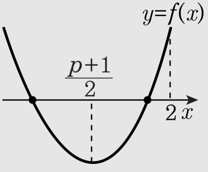
$\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

14. x에 대한 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2-p=0$의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p의 값의 범위는?

① $0 < p < 1$ ② $\frac{1}{2} < p < 1$ ③ $1 \le p < 2$
④ $1 < p < \frac{4}{3}$ ⑤ $p > 1$

해설

$f(x) = x^2-(p+1)x+2-p$ 라 하면 $y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(ⅰ) 이차방정식 $f(x)=0$ 의 판별식을 D라 하면
$\mathrm{D} = (\mathrm{p}+1)^2 - 4(2-\mathrm{p}) > 0$
$p^2+6p-7>0, \ (p+7)(p-1)>0$
$\therefore p < -7$ 또는 $p > 1$
(ⅱ) $f(2)>0$ 에서 $2^2-(p+1)\cdot 2+2-p>0$
$3p<4$
$\therefore p < \frac{4}{3}$
(ⅲ) $y=f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=\frac{p+1}{2}$ 이므로
$\frac{p+1}{2} < 2$
$\therefore p < 3$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ) 에서 $p < -7$ 또는 $1 < p < \frac{4}{3}$
그런데 $p>0$ 이므로 $1 < p < \frac{4}{3}$

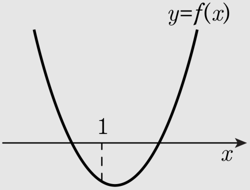
15. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$ ② $m > -2$ ③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$ ⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore\ m > 5$