

1. 방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 이차방정식이 되기 위한 조건을 말하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \neq 0$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 하므로 $a \neq 0$

2. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $3x^2 = 1$

② $4(x+1)(x-2) = 4$

③ $x(x-1)(x+3) = 4x$

④ $(x+4)(x-2) = 5x+7$

⑤ $x^3 - 4x + 6 = x^3 + x^2 - 1$

해설

$x(x-1)(x+3) = 4x$ 에서 x^3 이 존재하므로 이차방정식이 아니다.

3. 다음 중 { } 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?

① $x^2 + 2x - 3 = 0 \{-1\}$

② $x^2 - 9x + 20 = 0 \{4\}$

③ $2x^2 + x - 15 = 0 \left\{\frac{5}{2}\right\}$

④ $x^2 + 4x - 12 = 0 \{6\}$

⑤ $x^2 - 9x - 22 = 0 \{11\}$

해설

② $4^2 - 9 \times 4 + 20 = 0$

③ $2 \times \frac{25}{4} + \frac{5}{2} - 15 = 0$

⑤ $121 - 99 - 22 = 0$

4. 다음 이차방정식 중에서 $x = 1$ 을 해로 갖지 않는 것은?

① $x^2 = 1$

② $(x - 1)(x + 2) = 0$

③ $x^2 - x - 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 1 = 0$

⑤ $3x^2 - x - 2 = 0$

해설

$x = 1$ 을 각 이차방정식에 대입해 보면

③ $1 - 1 - 2 \neq 0$ 으로 성립하지 않는다.

5. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < a < c$

④ $b < c < a$

⑤ $c < a < b$

해설

$$1 < a < 2 \text{ 이고}$$

$$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$$

$$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$$

$$\therefore 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$$

$$\therefore 1 < c < 2$$

$$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

6. 다음 수들을 나열할 때, 중간에 위치하는 수는?

4, 5, $3\sqrt{3}+1$, $4\sqrt{2}-1$, $2\sqrt{7}-1$

① 4

② 5

③ $3\sqrt{3}+1$

④ $4\sqrt{2}-1$

⑤ $2\sqrt{7}-1$

해설

$$3\sqrt{3}+1 = \sqrt{27}+1 \approx 6. \dots$$

$$4\sqrt{2}-1 = \sqrt{32}-1 = 4. \dots$$

$$2\sqrt{7}-1 = \sqrt{28}-1 = 4. \dots$$

$$\begin{aligned} 4\sqrt{2}-1 - (2\sqrt{7}-1) &= 4\sqrt{2}-2\sqrt{7} \\ &= \sqrt{32}-\sqrt{28} > 0 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } 4\sqrt{2}-1 > 2\sqrt{7}-1$$

$$\therefore 4, 2\sqrt{7}-1, 4\sqrt{2}-1, 5, 3\sqrt{3}+1$$

중간에 위치하는 수는 $4\sqrt{2}-1$ 이다.

7. $(2x + a)^2 = 4x^2 + bx + 9$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 12

② 24

③ 30

④ 36

⑤ 40

해설

$$\begin{aligned}(2x + a)^2 &= 4x^2 + 4ax + a^2 \\ 4x^2 + 4ax + a^2 &= 4x^2 + bx + 9 \\ \therefore 4a &= b, \quad a^2 = 9 \\ \therefore ab &= 4a^2 = 36\end{aligned}$$

8. $\left(\frac{3}{2}x+4\right)^2+4a=bx^2+cx+19$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 $(a+b)c$ 의 값은?

① -19 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ 18 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} &\left(\frac{3}{2}x\right)^2+2\times\frac{3}{2}x\times4+4^2+4a \\ &= \frac{9}{4}x^2+12x+16+4a \\ &16+4a=19 \\ &a=\frac{3}{4}, b=\frac{9}{4}, c=12 \\ &\therefore (a+b)c=\left(\frac{3}{4}+\frac{9}{4}\right)\times12=36 \end{aligned}$$

9. $(x-1)(x+1)(x^2+1)$ 을 전개하면?

① $x-1$

② x^2-1

③ x^4-1

④ x^2+1

⑤ x^4+1

해설

$$(x^2-1)(x^2+1)=x^4-1$$

10. $(x-2)(x+2)(x^2+4)$ 를 전개하면?

① $x^2 - 4$

② $x^2 - 16$

③ $x^4 - 4$

④ $x^4 - 8$

⑤ $x^4 - 16$

해설

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = x^4 - 16$$

11. $(x-4)\left(x+\frac{2}{3}\right)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x-4)\left(x+\frac{2}{3}\right)=x^2+\left(-4+\frac{2}{3}\right)x+(-4)\times\frac{2}{3}=x^2-\frac{10}{3}x-\frac{8}{3},$$

x 의 계수는 $-\frac{10}{3}$ 이고, 상수항은 $-\frac{8}{3}$ 이므로

그 합은 $\left(-\frac{10}{3}\right)+\left(-\frac{8}{3}\right)=-6$ 이다.

12. $(x-2)(x+5) = x^2 + Ax + B$ 일 때, 상수 A , B 에 대하여 $A-B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$(x-2)(x+5) = x^2 + Ax + B$ 는 항등식이므로 $x = -1$ 을 양변에 대입하면

$$(-1-2)(-1+5) = 1 - A + B$$

$$-12 = 1 - A + B$$

$$\therefore A - B = 13$$

13. $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은?

① -6 ② 6 ③ 12 ④ 18 ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} & (x+2)(x+3)(x-2)(x-3) \\ &= \{(x+2)(x-2)\}\{(x+3)(x-3)\} \\ &= (x^2-4)(x^2-9) \\ &= x^4-13x^2+36 \\ &\therefore -13+36=23 \end{aligned}$$

14. $x(x-1)(x+2)(x-3) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

$$x(x-1)(x+2)(x-3)$$

$$= \{x(x-1)\}\{(x+2)(x-3)\}$$

$$= (x^2-x)(x^2-x-6)$$

$$x^2-x = t \text{로 치환하면 } t(t-6) = t^2-6t$$

$$t = x^2-x \text{를 대입하여 정리하면 } x^4-2x^3-5x^2+6x$$

따라서 $a+b+c = -2-5+6 = -1$ 이다.

15. 다음 식 $2x(x + 1) - 6(x + 1)$, $x^2 - 9$, $x^2 - 6x + 9$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

$$\begin{aligned} 2x(x + 1) - 6(x + 1) &= (x + 1)(2x - 6) \\ &= 2(x + 1)(x - 3) \end{aligned}$$

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$

16. 다음 세 식의 공통인 인수는?

$2x^2 + x - 6, \ x^2 - 4, \ 3x^2 - 4x - 20$

- ① $2x - 3$

② $x - 5$

③ $x + 2$

④ $x - 4$

⑤ $x - 2$

해설

$2x^2 + x - 6 = (x + 2)(2x - 3)$ $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$ $3x^2 - 4x - 20 = (x + 2)(3x - 10)$ 따라서 공통인 인수는 $(x + 2)$ 이다.

17. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3, 4$

② $-4, 4$

③ $-3, 3$

④ $-4, 5$

⑤ $-2, 3$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

18. 다음 보기의 이차방정식 중에서 $x = 2$ 를 해로 갖는 것을 모두 고르면?

보기

- $\textcircled{\text{㉠}} \quad x^2 + 2x = 0$
- $\textcircled{\text{㉡}} \quad (x + 2)(x - 2) = 0$
- $\textcircled{\text{㉢}} \quad x^2 - 4x + 4 = 0$
- $\textcircled{\text{㉣}} \quad x^2 + 6x - 3 = 0$
- $\textcircled{\text{㉤}} \quad (x - 1)^2 = 1$

- $\textcircled{\text{1}} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{2}} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{3}} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{4}} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{5}} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$

해설

$x = 2$ 를 각 방정식에 대입해서 성립하는 것을 찾으면 $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$ 이다.

19. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2일 때, a 의 값을 구하면?

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$
 $8 - 22 + a = 0$
 $\therefore a = 14$

20. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9

② 13

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 2 \text{ 가 } 2x^2 - ax + 5a + 4 = 0 \text{ 의 근이므로 대입하면}$$

$$2(2^2) - 2a + 5a + 4 = 0$$

$$3a = -12$$

$$a = -4$$

$$\therefore a^2 = (-4)^2 = 16$$

21. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값은?

① 20

② 25

③ 7

④ 5

⑤ 10

해설

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times (-4) = 25$$

22. $x+y=-5$, $(x+2)(y+2)=12$ 일 때, x^2+xy+y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x+y=-5$$

$$(x+2)(y+2)=12$$

$$xy+2(x+y)+4=12$$

$$xy-10+4=12, \quad xy=18$$

$$x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy=25-18=7$$

23. $x - y = 4$, $xy = 1$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\begin{aligned}x^2 + xy + y^2 &= (x - y)^2 + 3xy \\&= 4^2 + 3 \times 1 \\&= 16 + 3 = 19\end{aligned}$$

24. $\frac{28^2 - 11^2}{25 \times 17 - 17 \times 12}$ 의 값을 계산하면?

① 12

② 9

③ 6

④ 3

⑤ 1

해설

$$\frac{(28 + 11)(28 - 11)}{(25 - 12) \times 17} = \frac{39 \times 17}{13 \times 17} = 3$$

25. 이차방정식 $2ax^2 + (a-1)x - 5 + a^2 = 0$ 의 한 근이 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

주어진 식에 $x = 1$ 을 대입하면

$$2a + (a - 1) - 5 + a^2 = 0$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

26. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 한 근이 $x = 3$ 이고, $x^2 + 5x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -3$ 일 때, 상수 $3a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$3^2 + 3a - 10 = 0, \quad 3a - 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

이차방정식 $x^2 + 5x + b = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면,

$$(-3)^2 + 5 \times (-3) + b = 0$$

$$9 - 15 + b = 0$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore 3a + b = 3 \times \frac{1}{3} + 6 = 1 + 6 = 7$$

27. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② -2

③ 2

④ 10

⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$

두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$

$\therefore a - b = -10$

28. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에

$x = 2$ 를 대입하면 $4 + 2a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$

$x = -3$ 을 대입하면 $9 - 3a + b = 0 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 연립하여 풀면 $a = 1, b = -6$

$\therefore a + b = -5$

29. 이차방정식 $5x^2 - bx + 20 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $5a^2 - ab + 1$ 의 값은?

- ① -20 ② -19 ③ -18 ④ -17 ⑤ -16

해설

$5x^2 - bx + 20 = 0$ 에 $x = a$ 를 대입하면

$5a^2 - ab + 20 = 0$, $5a^2 - ab = -20$

$\therefore 5a^2 - ab + 1 = (-20) + 1 = -19$

30. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 한 근이 a 일 때, $a+\frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x=a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2+5a+1=0$ 에서 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$\therefore a+\frac{1}{a}=-5$

31. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 한 근을 a 이라 할 때, $a - \frac{1}{a}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

x 에 a 를 대입하면 $a^2 + 4a - 1 = 0$

양변을 a 으로 나누면 $a + 4 - \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a - \frac{1}{a} = -4$

32. 이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $p^2 - \frac{14}{3}p$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{8}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 에 $x = p$ 를 대입하면,

$$3p^2 - 14p + 8 = 0, \quad -8 = 3p^2 - 14p$$

따라서 $p^2 - \frac{14}{3}p = -\frac{8}{3}$ 이다.

33. 이차방정식 $x^2 + px + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a - \frac{1}{a} = p - 2$ 가 성립하도록 p 의 값을 구하면? (단 $a \neq 0$)

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$x = a$ 를 이차방정식에 대입하면 $a^2 + pa + 1 = 0$
양변을 a 로 나누면

$$a + p + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = -p \cdots \textcircled{1}$$

$$a - \frac{1}{a} = p - 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 하면 } 2a = -2, a = -1$$

$$a = -1 \text{ 을 } \textcircled{2} \text{ 에 대입하면 } -1 + (-1) = -p$$

$$\therefore p = 2$$

34. 이차방정식 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 식에 x 대신 a 를 대입하면

$$a^2 - 7a + 1 = 0$$

$$a - 7 + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = 7$$