

1. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(m-2)x + 2m-1 = 0$ 의 두 근이 모두 음수일 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $m > 5$ ② $m \geq 5$ ③ $m < 5$
④ $m \leq 5$ ⑤ $-5 \leq x \leq 5$

해설

주어진 이차방정식이 두 실근을 가져야 하므로
 $D/4 = (m-2)^2 - 2m + 1 \geq 0$
즉 $m^2 - 4m + 4 - 2m + 1 = m^2 - 6m + 5 \geq 0$
따라서 $(m-5)(m-1) \geq 0$ 이므로
 $m \leq 1$ 또는 $m \geq 5$
또 두근의 합 $-2(m-2) < 0$ 이어야 하므로 $m > 2$
또 두근의 곱 $2m-1 > 0$ 이어야 하므로 $m > \frac{1}{2}$
따라서 $m \geq 5$

2. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$ ② x 는 모든 실수
③ $x \neq 3$ 인 모든 실수 ④ $x = 3$
⑤ 해가 없다

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 9 &\leq 0 \\(x - 3)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow x &= 3\end{aligned}$$

3. 부등식 $(a-b)x + (b-2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a+2b)x + (a+3b) < 0$ 의 해를 구하면?

- ① $3 < x < 7$ ② $-3 < x < 1$ ③ $x < 2, x > 3$
④ $-1 < x < 2$ ⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a-b)x > 2a-b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a-b > 0, \frac{2a-b}{a-b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x-2)(x+1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

4. 부등식 $[x]^2 \geq [x+2]$ 를 풀면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $x \leq 0$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq 0$ 또는 $x > 2$

③ $x < 0$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 0$ 또는 $x \geq 1$

⑤ $x < 1$ 또는 $x \geq 3$

해설

$$\begin{aligned} [x]^2 \geq [x+2] \text{에서 } [x]^2 &\geq [x] + 2 \\ [x]^2 - [x] - 2 \geq 0, ([x] - 2)([x] + 1) &\geq 0 \\ \therefore [x] \leq -1 \text{ 또는 } [x] \geq 2 \\ \therefore x < 0 \text{ 또는 } x \geq 2 \end{aligned}$$

5. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 k 의 범위를 정하면 $a < k < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다
 $D = k^2 + 4k < 0$ 에서
 $k(k+4) < 0, -4 < k < 0,$
 $\alpha = -4, \beta = 0$
 $\therefore \alpha + \beta = -4$

6. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$ ② $-7 < x < -5$
③ $-7 < x < 5$ ④ $5 < x < 7$
⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

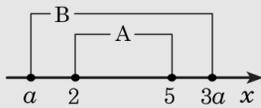
$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$, $140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots$ (가)
(가)를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

7. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2+7x-10 \geq 0$
 $x^2-7x+10 \leq 0$
 $(x-2)(x-5) \leq 0$
 $2 \leq x \leq 5$
 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$
 $(x-a)(x-3a) \leq 0$
 $a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$
 ㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2, 3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

8. 어부 김씨는 둘레 길이가 28cm인 직사각형 모양의 양식장의 넓이를 48m^2 이상이 되도록 지으려고 한다. 이 때 양식장의 한 변의 길이를 최대 얼마로 해야 하는가?

- ① 5m ② 6m ③ 7m ④ 8m ⑤ 9m

해설

양식장의 가로 길이를 $x\text{m}$ 라고 하면
둘레의 길이는 28m 이므로
세로의 길이는 $(14-x)\text{m}$ 이다.
양식장의 넓이가 48m^2 이상이므로
 $x(14-x) \geq 48$, $14x - x^2 - 48 \geq 0$
 $x^2 - 14x + 48 \leq 0$, $(x-6)(x-8) \leq 0$
 $\therefore 6 \leq x \leq 8$
따라서 한 변의 길이를 최대 8m 로 해야 한다.

9. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$ ② $-1 < a < 3$ ③ $0 \leq a \leq 3$

④ $-1 < a < 4$ ⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.

(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로

$$a^2 - 3a \leq 0$$

$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

10. 좌표 평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x-2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 0 ⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여 부등식
 $2(kx + 1) > -(x-2)^2 + 1 \cdots \textcircled{1}$ 이
항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.
 $\textcircled{1}$ 식을 정리하면
 $x^2 + 2(k-2)x + 5 > 0 \cdots \textcircled{2}$ 식이
항상 성립하기 위하여
 $\frac{D}{4} = (k-2)^2 - 5 < 0$
 $\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$
 $\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$
이때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나
-1 은 속하지 않는다.

11. 다음 이차연립부등식을 만족하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

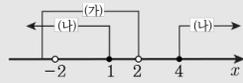
- ① $x \leq -3$ ② $-2 < x \leq 1$ ③ $-1 \leq x < 2$
④ $0 < x \leq 2$ ⑤ $x > 3$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0, (x+2)(x-2) < 0 \\ \therefore -2 < x < 2 \cdots (가) \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0, \\ x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 2 \cdots (나) \end{cases}$$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면

$-2 < x \leq 1$ 이다.



13. 두 부등식 $2x-1 > 0$, $(x+1)(x-a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$2x-1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots ①$$

$$(x+1)(x-a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots ②$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

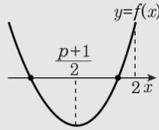
$$\therefore a = 3$$

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p 의 값의 범위는?

- ① $0 < p < 1$ ② $\frac{1}{2} < p < 1$ ③ $1 \leq p < 2$
 ④ $1 < p < \frac{4}{3}$ ⑤ $p > 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2 - p$ 라 하면 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (p+1)^2 - 4(2-p) > 0$$

$$p^2 + 6p - 7 > 0, (p+7)(p-1) > 0$$

$$\therefore p < -7 \text{ 또는 } p > 1$$

(ii) $f(2) > 0$ 에서 $2^2 - (p+1) \cdot 2 + 2 - p > 0$

$$3p < 4$$

$$\therefore p < \frac{4}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = \frac{p+1}{2}$ 이므로

$$\frac{p+1}{2} < 2$$

$$\therefore p < 3$$

(i), (ii), (iii)에서 $p < -7$ 또는 $1 < p < \frac{4}{3}$

그런데 $p > 0$ 이므로 $1 < p < \frac{4}{3}$

15. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 $f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$
 $\therefore m > 5$

