1. 이차함수 $y = \frac{4}{5}x^2$ 의 그래프가 점 $(a,\ a^2 - 1)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $-\sqrt{5}$

해설

$y = \frac{4}{5}x^2$ 의 그래프가 점 $(a,\ a^2 - 1)$ 를 지나므로

$a^2 - 1 = \frac{4}{5}a^2$

$\frac{1}{5}a^2 = 1$

$a^2 = 5$

$a < 0$ 이므로 $a = -\sqrt{5}$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$ ② $y = 3x^2$

③ $y = -(x-1)^2 + 3$ ④ $y = \frac{3}{2}(x-3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

위로 볼록하기 위해서는 이차항의 계수가 음수여야 하고, 이차항의 계수의 절댓값이 높을수록 폭이 좁다.

3. 다음 함수에서 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y=-5x^2$ ② $y=\frac{2}{3}(x+1)^2$

③ $y=-\frac{1}{2}x^2+3$ ④ $y=4(x+2)^2-7$

⑤ $y=\frac{3}{4}x^2-2x+1$

해설

$-\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다.

4. 다음 이차함수의 그래프 중에서 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y=\frac{1}{2}x^2$ ② $y=-\frac{1}{2}x^2$ ③ $y=3x^2$
④ $y=-3x^2$ ⑤ $y=-x^2$

해설

$y=kx^2$ $(k<0)$ 의 꼴은 위로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

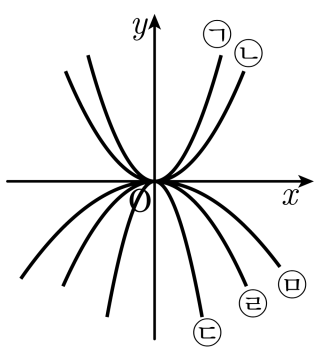
5. 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y=\frac{1}{4}x^2$ ② $y=-\frac{1}{4}x^2$ ③ $y=2x^2$
④ $y=-2x^2$ ⑤ $y=-x^2$

해설

$y=kx^2$ $(k>0)$의 꼴은 아래로 볼록하고, k의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

6. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. ㉠ ~ ㉤ 중 $|a|$ 의 값이 가장 큰 것을 골라라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁으므로 폭이 가장 좁은 것은 ㉢이므로 ㉢의 $|a|$ 값이 가장 크다.

7. 다음 포물선을 폭이 넓은 것부터 차례로 써라.

㉠ $y=-x^2$	㉡ $y=\frac{1}{3}x^2+2$
㉢ $y=3(x-2)^2$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡-㉠-㉢

해설

$y=kx^2+c$ (c 는 상수)에서 포물선의 폭은 k 의 절댓값의 크기가 클수록 좁아진다.

8. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 4$ 일 때 $y = -8$ 이다. x 의 값이 -3 에서 -1 까지 2 만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2$, $f(4) = -8$ 이므로

$-8 = a \times 4^2$, $a = -\frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x^2$

$f(-3) = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 = -\frac{9}{2}$

$f(-1) = -\frac{1}{2} \times (-1)^2 = -\frac{1}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2} - \left(-\frac{9}{2}\right) = 4$

9. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 위로 볼록한 그래프이다.

② 점 $(3, -9)$ 을 지난다.

③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

10. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x=2$ 일 때 $y=12$ 이다. x 의 값이 1 에서 4 까지 3 만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하면?

① 42　② 43　③ 44　④ 45　⑤ 46

해설

$y=ax^2$, $f(2)=12$ 이므로

$12=a\times 2^2$, $a=3$

$y=3x^2$

$f(1)=3\times 1^2=3$

$f(4)=3\times 4^2=48$

$\therefore 48-3=45$

11. 다음의 이차함수 중에서 그래프가 아래로 볼록한 것은?

① $y=-x^2$ ② $y=4x^2$ ③ $y=-\frac{1}{4}x^2$

④ $y=-3x^2$ ⑤ $y=-\frac{1}{3}x^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면, 아래로 볼록하다

12. 이차함수 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $(0,\ 4)$

해설

$y = -x^2 + 4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$이고 축의 방정식은 $x = 0$이다.

13. 이차함수 $y = (3 - x)(x - 1)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $(2, 1)$

▷ 정답: $x = 2$

해설

$y = (3 - x)(x - 1) = 3x - 3 - x^2 + x$
$= -x^2 + 4x - 3$
$= -(x^2 - 4x) - 3$
$= -(x - 2)^2 + 1$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$, 축의 방정식 $x = 2$

14. $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 하였을 때, 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 꼭짓점의 좌표 : $(-2,\ 0)$

▷ 정답 : 축의 방정식 : $x = -2$

해설

평행이동 한 함수의 식은 $y = 3(x+2)^2$ 이다.

15. 이차함수 $y=-\frac{3}{2}(x-2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선이 점 $(6,a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$y=-\frac{3}{2}(x-2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선은 $y=\frac{3}{2}(x-2)^2$ 이다.

이다. 따라서 식에 $(6,\ a)$ 를 대입하면 $a=\frac{3}{2}\times 4^2=24$ 이다.

16. 다음 중 함수의 그래프가 x 축에 대하여 대칭인 것은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y=-x^2$	㉡ $y=4x^2$	㉢ $y=-\frac{3}{2}x^2$
㉣ $y=-4x^2$	㉤ $y=\frac{3}{2}x^2$	㉥ $y=-2x^2$
㉦ $y=\frac{1}{2}x^2$	㉧ $y=\frac{2}{3}x^2$	

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 2쌍

해설

㉡와 ㉣, ㉢와 ㉤

17. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

㉠ $y = 3x^2 + 2$	㉡ $y = 2(x-1)^2$
㉢ $y = 2x^2$	㉣ $y = -3x^2 - 2$

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢ ③ ㉠,㉣ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

18. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = -x^2 - 1$
㉢ $y = (x+1)^2$	㉣ $y = x^2 + 1$

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

19. 이차함수 $y = -(x+p)^2$ 의 그래프는 점 $(1, -9)$ 를 지나고 꼭짓점이 y 축의 오른쪽에 위치한다. 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 축 : $x = 4$

▷ 정답: 꼭짓점의 좌표 $(4, 0)$

해설

$y = -(x+p)^2$ 에 점 $(1, -9)$ 를 대입
$-9 = -(1+p)^2$

$p^2 + 2p + 1 = 9$
$p^2 + 2p - 8 = 0$
$(p+4)(p-2) = 0$

꼭짓점이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $p < 0$ 이다.
$p = -4$, $y = -(x-4)^2$
축 : $x = 4$, 꼭짓점의 좌표 : $(4, 0)$

20. $a > 0$, $q > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프는 제 몇 사분면을 지나는지 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 제 1 사분면

▷ 정답: 제 2 사분면

해설

꼭짓점이 x 축 위쪽에 있고 아래로 볼록한 형태의 그래프는 1, 2 사분면을 지난다.

21. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로 $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.