

1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 맛있는 과일의 모임
- ② 월드컵에서 우승한 적이 있는 국가의 모임
- ③ 우리학교에서 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ④ 고속도로 중에서 최고 제한 속도가 110km 인 고속도로의 모임
- ⑤ 맛있는 사람의 모임

해설

- ① ‘맛있는’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ② ‘우승’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ③ ‘잘하는’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ④ ‘최고 제한 속도가 110km’라고 명확한 기준을 제시하였으므로 집합이다.
- ⑤ ‘맛있는’이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여 $X \subset A, X \neq A$ 인 집합 X 를 구한 것 중 옳지 않은 것은?
- ① $\emptyset$ ② $\{2\}$ ③ $\{1, 2\}$
④ $\{1, 3\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

진부분집합의 또다른 정의는 $X \subset A, X \neq A$ 이다.
따라서 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 진부분집합을 구하는 문제와 같은 문제이다.
 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $\{1, 2, 3\}$ 의 진부분집합을 구하면
 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 이다.

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 17 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 17\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같다.
따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

4. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$ 에서 집합 B 의 원소를 포함하는 A 의 부분집합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3\}$

▷ 정답 : $\{1, 2, 3\}$

해설

집합 B 를 원소나열법으로 나타내면 $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 1, 3을 원소로 포함하는 부분집합을 구하면 $\{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$ 이다.

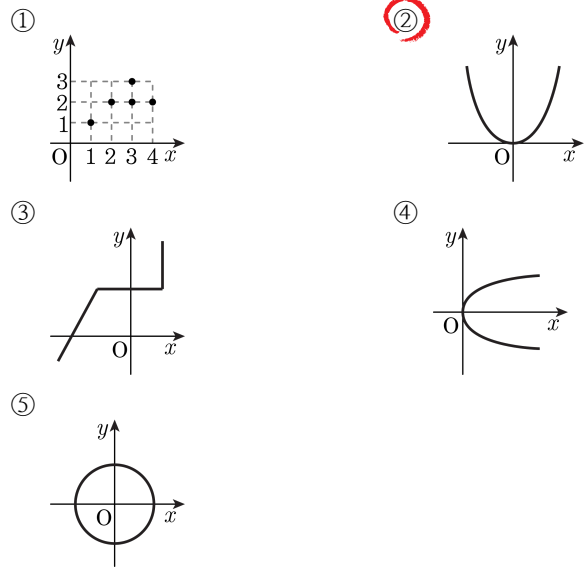
5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\{6, 7\} \cap \{6\} = \{6\}$
- ② $\{\Delta, \triangleright\} \cap \{\triangleright, \nabla, \triangleleft\} = \{\triangleright\}$
- ③ $\{s, o, u, t, h\} \cap \{n, o, r, t, h\} = \{o, t, h\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 2\text{의 배수}\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \emptyset$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 9\text{의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } 12\text{의 약수}\} = \{3\}$

해설

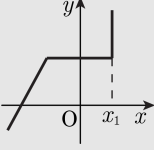
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 9\text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$,
 $\{x|x \text{는 } 12\text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
 $\{1, 3, 9\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 3\}$

6. 다음 그래프 중에서 함수의 그래프는?

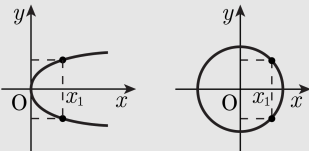


해설

X 의 각 원소에 Y 의 원소가 하나씩만 대응되어야 한다.
① $f(3) = 2, f(3) = 3$ 이므로 함수가 아니다.
③ x_1 에 대응하는 y 의 값이 무수히 많으므로 함수가 아니다.



④, ⑤ x_1 에 대응하는 y 의 값이 2개이므로 함수가 아니다.



7. $x : y = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{x(x + y)}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$y = 3x$$

$$\frac{x^2 + (3x)^2}{x(x + 3x)} = \frac{10x^2}{4x^2} = \frac{5}{2}$$

8. $3 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a + \frac{2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{2}$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } a + \frac{2}{b} &= 1 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}} \\ &= 1 + \frac{2(2 + \sqrt{2})}{2} \\ &= 3 + \sqrt{2}\end{aligned}$$

9. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 키가 작은 학생들의 모임
- ② 10 에 가까운 수의 모임
- ③ 우리 반에서 배우는 교과목의 모임
- ④ 영어를 잘하는 학생들의 모임
- ⑤ 1 보다 작은 자연수의 모임

해설

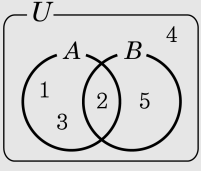
③, ⑤는 기준이 명확하므로 집합이다.

10. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}, A - B = \{1, 3\}, (A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $B - A$ 는?

- ① $\{1\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{1, 3\}$ ④ $\{1, 5\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B - A = \{5\}$ 이다.



11. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

- ① $A > B$ ② $A < B$ ③ $A \geq B$
④ $A \leq B$ ⑤ $A = B$

해설

$a > 0$ 이므로 $1 + \frac{a}{2} > 0$, $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서 $A^2 > B^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

12. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
따라서 X 에서 Y 로의 함수의 개수는
 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

13. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 90가지

해설

$${}_{10}P_2 = 90$$

14. ‘busan’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.
 $3! \times 2! = 12$

15. 10 종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

- ① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

$${}_{10}C_3 = 120$$

16. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우
이므로 ${}_5C_3 = 10$

17. 10 명의 학생이 있다. 5 명, 5 명의 두 무리로 나누는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 126 가지

해설

$${}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} = 126 \text{ (가지)} \leftarrow 5 \text{ 명씩 } 2 \text{ 패}$$

18. 집합 $A = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여, 다음 중 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 는?

① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$

② $B = \{x \mid x = 2^n, n = 1, 2, 3\}$

③ $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$

④ $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$

⑤ $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

따라서 보기 중 집합 A 와 집합 B 가 같은 것을 찾는다.

① $B = \{1, 2, 4, 8\}$

② $B = \{2, 4, 8\}$

③ $B = \{2, 4, 6, 8\}$

④ $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

⑤ $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

19. A, B 두 학교의 남녀 학생들이 함께 치른 수학 시험의 평균이 아래 표와 같을 때, A, B 두 학교 전체의 여학생의 평균은?

구분	A학교	B학교	A,B전체
남학생	71	81	79
여학생	76	90	?
전체	74	84	

- ① 81
- ② 82
- ③ 83
- ④ 84
- ⑤ 85

해설

A 학교의 남녀 학생 수를 각각 b, g
B 학교의 남녀 학생 수를 각각 B, G 라 하자.

$$\frac{71b + 76g}{b + g} = 74, \frac{81B + 90G}{B + G} = 84,$$

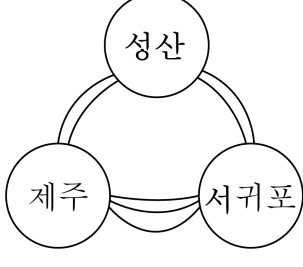
$$\frac{71b + 81B}{b + B} = 79$$

$$g = 1.5b, G = 0.5B, B = 4b$$

따라서 구하는 평균은

$$\begin{aligned} \frac{76g + 90G}{g + G} &= \frac{76(1.5b) + 90(2b)}{1.5b + 2b} \\ &= \frac{114 + 180}{3.5} = 84 \end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아오는 경우 중 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는 경우의 수는?



- ① 24
- ② 28
- ③ 30
- ④ 34
- ⑤ 42

해설

갈 때, 올 때 성산을 거치는 유무에 따라서 달라진다.
O: 거치는 경우, X: 거치지 않는 경우
갈 때 : X, 올 때 : $X \rightarrow 3 \times 2 = 6$
갈 때 : X, 올 때 : $O \rightarrow 3 \times 4 = 12$
갈 때 : O, 올 때 : $X \rightarrow 4 \times 3 = 12$
갈 때 : O, 올 때 : $O \rightarrow 4 \times 1 = 4$
 $6 + 12 + 12 + 4 = 34$
 $\therefore 34$ 가지

21. 5000원 짜리 지폐가 2장, 1000원짜리 지폐가 3장, 500원짜리 동전이 4개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 59가지

해설

5000원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 3가지
 1000원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 4가지
 500원짜리 동전을 지불하는 방법의 수는 5가지
 이때 지불하지 않는 경우가 1가지이므로
 구하는 방법의 수는 $3 \times 4 \times 5 - 1 = 59$

22. n 권의 책이 있다. (단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_nP_2$ 가지이므로
 ${}_nP_2 = 42$ 곧, $n(n-1) = 42 \quad \therefore (n+6)(n-7) = 0$
한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

23. 두 집합 $A = \{4, 6, a, 10\}$, $B = \{3a, 4 - b\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 자연수 $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 0 보다 크고 4 와 같거나 작다.)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$B \subset A$ 이므로 집합 B 의 모든 원소는 A 에도 포함된다.

$3a \in A$, $4 - b \in A$

a 는 0 보다 크고 4 이하인 자연수라 했으므로, 4 와 10 과 a 는 $3a$ 가 될 수 없다.

따라서 $3a = 6$ 이다. $\therefore a = 2$

$A = \{2, 4, 6, 10\}$

b 역시 0 보다 크고 4 이하인 자연수라 했으므로, $4 - b = 2$ 이어야 한다.

$\therefore b = 2$

따라서 $a - b$ 는 0 이다.

24. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A 동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

- ① 160 ② 200 ③ 270 ④ 315 ⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.

전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}C_3$,

대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_3$ 이므로 구하는 경우의 수는

$$\begin{aligned} {}_{12}C_3 - {}_6C_3 &= \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} - \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \\ &= 220 - 20 = 200 \end{aligned}$$

25. 한 평면 위에 있는 서로 다른 6 개의 점 중에서 4 개의 점만 일직선 위에 있다. 이들 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는?

- ① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

6 개의 점으로 만들 수 있는 직선의 개수는
 ${}_6C_2 = 15$
일직선 위에 있는 4 개의 점 중에서 2 개를
택하는 경우의 수는 ${}_4C_2 = 6$
일직선 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선은
1개뿐이므로 서로 다른 직선의 개수는
 $15 - 6 + 1 = 10$ (개)이다.