

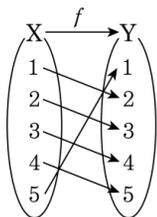
1.  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ ,  $f(x) = |2x - 3|$ 으로 주어질 때, 다음 중  $f(X)$ 의 원소가 아닌 것은 무엇인가? (단,  $f(X)$ 는 함수  $f$ 의 치역)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 5      ⑤ 7

해설

$f(x) = |2x - 3|$ 에서  
 $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 1$ ,  $f(3) = 3$ ,  $f(4) = 5$ ,  $f(5) = 7$  이므로  
 $f(X) = \{1, 3, 5, 7\}$   
 $\therefore 2 \notin f(X)$

2. 다음 그림과 같이 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 함수  $f : X \rightarrow X$ 에 대하여  $(f \circ f)(a) = 3$ 이 되는  $a$ 의 값은?



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(f(a)) = 3$  이므로  $f(a) = 2$   
 $\therefore a = 1$

3. 함수  $y = 2x - 2$  의 역함수를 구하면?

- ①  $y = \frac{1}{2}x - 1$       ②  $y = \frac{1}{2}x + 1$       ③  $y = -\frac{1}{2}x + 1$   
④  $y = -\frac{1}{2}x - 1$       ⑤  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

해설

$$y = 2x - 2, x = \frac{1}{2}y + 1 \text{ } x, y \text{ 를 바꿔주면}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

4. 함수  $f(x) = 2ax - a + 2$ 에 대하여  $f^{-1}(-7) = 2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은 얼마인가?

① -5    ② -3    ③ -1    ④ 1    ⑤ 3

해설

$$f^{-1}(-7) = 2 \text{ 이므로}$$

역함수의 정의에 의해서

$$f(2) = -7, f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7, 3a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

5. 유리식  $\frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{x^3+3x^2-4}$  를 간단히 하면?

- ①  $\frac{x+2}{x-1}$     ②  $\frac{x+1}{x+2}$     ③  $\frac{x+4}{x+2}$     ④  $\frac{x+1}{x-2}$     ⑤  $\frac{x+4}{x-2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{x^3+3x^2-4} &= \frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{(x-1)(x+2)^2} \\ &= \frac{x+4}{x+2}\end{aligned}$$

6.  $x, y, y - \frac{1}{x}$ 이 모두 0이 아닐 때,  $\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① 1

②  $\frac{x}{y}$

③  $\frac{y}{x}$

④  $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

⑤  $xy - \frac{1}{xy}$

해설

$$\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{xy - 1}{y}}{\frac{xy - 1}{x}} = \frac{x}{y}$$

7. 분수함수  $y = \frac{3x-1}{x+1}$  의 점근선을  $x = a, y = b$  라고 할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은  $x = -1, y = 3$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

8. 다음 중  $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ 을 바르게 계산한 것은?

①  $\sqrt{26}$

②  $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

③ 7

④  $5\sqrt{2}$

⑤  $2\sqrt{13}$

해설

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

9. 자연수 전체의 집합을  $N$  이라 할 때,  $N$  의 임의의 원소  $x$  에 대하여 다음 대응 중  $N$  에서  $N$  으로의 함수인 것은?

- ①  $x \rightarrow x-1$
- ②  $x \rightarrow x$  의 양의 제곱근
- ③  $x \rightarrow x$  를 4 로 나눈 나머지
- ④  $x \rightarrow x^2-1$
- ⑤  $x \rightarrow |-1|$

**해설**

- ①  $x=1$  일 때,  $1 \in N$  이지만  $1-1=0 \notin N$  따라서 함수가 아니다.
- ②  $x=2$  일 때,  $2 \in N$  이지만 2 의 양의 제곱근  $\sqrt{2} \notin N$  따라서 함수가 아니다.
- ③  $x=4$  일 때,  $4 \in N$  이지만 4 를 4 로 나눈 나머지  $0 \notin N$  따라서 함수가 아니다.
- ④  $x=1$  일 때,  $1 \in N$  이지만  $1^2-1=0 \notin N$  따라서 함수가 아니다.
- ⑤ 정의역의 모든 원소가 1 에 대응하므로 함수이다.

10. 자연수의 집합을  $N$ , 양의 유리수 집합을  $Q^+$  라고 할 때, 함수  $f$ 가  $f : Q^+ \rightarrow N \times N$ 으로 정의될 때, 다음 중 일대일 대응인 것은? (단,  $p, q$ 는 서로소)

- ①  $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p, 0)$                       ②  $f\left(\frac{p}{q}\right) = (0, q)$   
③  $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p+q, 0)$                 ④  $f\left(\frac{p}{q}\right) = (0, pq)$   
⑤  $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p, q)$

해설

①  $\frac{2}{3} \neq \frac{2}{5}$ 일 때

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{2}{5}\right) = (2, 0)$$

②, ③, ④도 같은 방법으로 일대일 대응이 아님을 보일 수 있다.

11. 두 함수  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x + 2$ 에 대하여  $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

①  $(f \circ g)(x) = (x+2)^2$       ②  $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③  $(f \circ g)(x) = (x-2)^2$       ④  $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤  $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x + 2$ 에 대하여  
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+2) = (x+2)^2$

12. 함수  $f(x) = |4x + a| + b$  는  $x = 3$  일 때, 최솟값  $-2$  를 가진다. 이때, 상수  $a, b$  의 값에 대하여  $b - a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4 \left( x + \frac{a}{4} \right) \right| + b$  의 그래프는

$y = |4x|$  의 그래프를

$x$  축의 방향으로  $-\frac{a}{4}$  만큼,  $y$  축의 방향

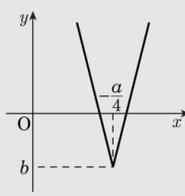
으로  $b$  만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

따라서  $x = -\frac{a}{4}$  일 때

최솟값  $b$  를 가지므로  $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서  $a = -12, b = -2$  이므로

$\therefore b - a = 10$



13. 함수  $y = |x+1| - |x-3|$  의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M - m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x+1| - |x-3|$  에서

i)  $x < -1$  일 때

$$y = -(x+1) + x - 3 = -4$$

ii)  $-1 \leq x < 3$  일 때

$$y = x+1 + x-3 = 2x-2$$

iii)  $x \geq 3$  일 때

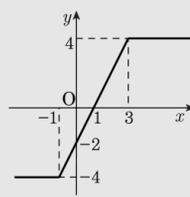
$$y = x+1 - (x-3) = 4$$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로

$$M = 4, m = -4$$

$$\therefore M - m = 4 - (-4)$$

$$= 8$$



14. 분수식  $\frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6}$  을 간단히 하면 ?

① 1

② -2

③  $\frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

④  $\frac{x^2-2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

⑤  $\frac{-x^2+2x+7}{(x+1)(x-2)(2x-3)}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-1)} - \frac{x+1}{(x-3)(x-1)} \\ & \times \frac{(x-2)(x-3)}{(2x+3)(x+1)} \\ &= \frac{2x+3 - (x-2)(x+2)}{(x+2)(x-1)(2x+3)} \\ &= \frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)} \end{aligned}$$

15. 함수  $y = \frac{bx+2}{ax-1}$ 의 정의역은  $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은  $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때,  $a+b$ 의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

정의역은  $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은  $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,  
 $a = 1$ ,  $b = 2$ 이다.  
 $\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

16. 함수  $y = \sqrt{2x-4} + b$  의 정의역이  $\{x \mid x \geq a\}$  이고, 치역이  $\{y \mid y \geq -3\}$  일 때, 상수  $a, b$  에 대하여  $ab$  의 값은?

① -6      ② -3      ③ 1      ④ 3      ⑤ 6

해설

$$2x - 4 \geq 0 \text{ 에서 } 2x \geq 4$$

$$\therefore x \geq 2$$

주어진 함수의 정의역이  $\{x \mid x \geq 2\}$  이므로

$$a = 2$$

함수  $y = \sqrt{2x-4} + b$  의 치역은  $\{y \mid y \geq b\}$  이므로  $b = -3$

$$\therefore ab = -6$$

17.  $1 \leq x \leq 5$  에서 함수  $y = -\sqrt{3x+1} + 4$  의 최댓값을  $a$ , 최솟값을  $b$  라 할 때,  $a-b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -\sqrt{3x+1} + 4 = -\sqrt{3\left(x + \frac{1}{3}\right)} + 4$$

주어진 함수의 그래프는  $y = -\sqrt{3x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-\frac{1}{3}$  만큼,  $y$  축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이므로  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값은 감소한다.

$$x = 1 \text{ 일 때, 최댓값 } a = -\sqrt{3+1} + 4 = 2$$

$$x = 5 \text{ 일 때, 최솟값 } b = -\sqrt{15+1} + 4 = 0$$

$$\therefore a - b = 2 - 0 = 2$$

18.  $p, q, M$ 은 양수이고,  $q < 100$ 이다. 처음  $M$ 을  $p\%$  증가시킨 후, 다시  $q\%$  감소시키더라도  $M$ 보다 크게 될 조건은?

- ①  $p > q$                       ②  $p > \frac{q}{100-q}$                       ③  $p > \frac{q}{1-q}$   
④  $p > \frac{100q}{100+q}$                       ⑤  $p > \frac{100q}{100-q}$

해설

$$\begin{aligned} M\left(1 + \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{q}{100}\right) &> M \\ \left(1 + \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{q}{100}\right) &> 1 \\ 1 + \frac{p}{100} &> \frac{1}{1 - \frac{q}{100}} = \frac{100}{100-q}, \\ \frac{p}{100} &> \frac{q}{100-q} \\ \therefore p &> \frac{100q}{100-q} \end{aligned}$$

19.  $x > y > 0$  인  $x, y$  에 대하여  $x + y = 2\sqrt{2}$ ,  $xy = 1$  이다.  $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$  의 값은?

- ①  $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$       ②  $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$       ③  $\sqrt{2}-1$   
 ④  $\sqrt{2}+1$       ⑤  $2\sqrt{2}$

해설

(주어진 식)

$$= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}$$

$$= \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} \quad \dots \text{㉠}$$

이때  $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 8 - 4 = 4$   
 $x > y$  이므로  $x - y = 2$

㉠에서

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2} = \sqrt{2} + 1$$

20.  $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라고 할 때,  $\frac{6}{a+b} + b$ 의 값은?

- ① 0      ②  $\frac{2}{3}$       ③ 2      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12-6\sqrt{3}} &= \sqrt{12-2\sqrt{27}} = 3 - \sqrt{3} \\ a &= 1, \quad b = 2 - \sqrt{3} \quad (\because 1 < \sqrt{3} < 2) \\ \therefore \frac{6}{a+b} + b &= \frac{6}{3-\sqrt{3}} + 2 - \sqrt{3} = 5\end{aligned}$$

21. 함수  $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프와 곡선  $y = \frac{40}{x} (x > 0)$ 이 만나는 점의  $x$ 좌표가 10일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**해설**

함수  $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를  
 $x$ 축의 방향으로  
 2만큼 평행이동시키면  
 $y = \sqrt{a(x-2)}$

이 그래프와 곡선  $y = \frac{40}{x}$ 이 만나는 점의  
 $x$ 좌표는 10이므로

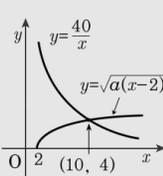
$$y\text{좌표는 } y = \frac{40}{10} = 4$$

즉 교점의 좌표는 (10, 4)

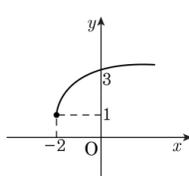
이것을  $y = \sqrt{a(x-2)}$  대입하면

$$4 = \sqrt{a(10-2)} = \sqrt{8a}$$

$$\therefore a = 2$$



22. 무리함수  $y = \sqrt{ax+b+c}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

**해설**

주어진 그래프는  $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를  $x$ 축으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축으로  $1$ 만큼 평행이동한 것과 같으므로  $y = \sqrt{a(x+2)} + 1$  또, 점  $(0, 3)$ 을 지나므로  
 $3 = \sqrt{2a} + 1, \sqrt{2a} = 2$   
 $\therefore a = 2$   
 따라서  $y = \sqrt{2(x+2)} + 1 = \sqrt{2x+4} + 1$  이고,  
 이것이  $y = \sqrt{ax+b+c}$ 와 일치하므로  
 $a = 2, b = 4, c = 1$   
 $\therefore a + b + c = 7$

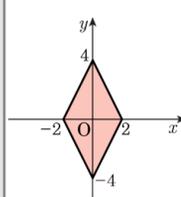
23. 함수  $2|x| + |y| = 4$  의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$2|x| + |y| = 4$  의 그래프는  $2x + y = 4$ ,  
즉  $y = -2x + 4$  의 그래프에서  
 $x \geq 0, y \geq 0$  인 부분만 남기고,  
이 그래프를  $x$  축,  $y$  축, 원점에 대하여 각  
각 대칭시킨 것이므로 다음 그림과 같다.  
따라서 구하는 도형의 넓이는  $8 \times 4 \times \frac{1}{2} =$   
16



24.  $a + b + c = 0$ 일 때,  $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{a(b+c)}{bc} + \frac{b(c+a)}{ca} + \frac{c(a+b)}{ab} \\ &= \frac{a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b)}{abc} \\ &= \frac{(b+c)^3 + b^2(-b) + c^2(-c)}{-(b+c)bc} \\ &= \frac{(b+c)^3 - (b^3 + c^3)}{-(b+c)bc} \\ &= \frac{3bc(b+c)}{-(b+c)bc} = -3 \end{aligned}$$

25.  $m$ 이 유리수일 때,  $\frac{2\sqrt{2}+m-5}{\sqrt{2m-3}}$ 가 유리수가 되도록 하는  $m$ 의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{2\sqrt{2}+m-5}{\sqrt{2m-3}} &= \frac{(m-5+2\sqrt{2})(-3-\sqrt{2m})}{(-3+\sqrt{2m})(-3-\sqrt{2m})} \\ &= \frac{-7m+15}{9-2m^2} - \frac{m^2-5m+6}{9-2m^2} \cdot \sqrt{2}\end{aligned}$$

가 유리수이므로

$$\frac{m^2-5m+6}{9-2m^2} = 0$$

$$\therefore m^2-5m+6=0 \quad \therefore m=2, 3$$