

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

⑤ '긴'이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

2. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 일 때, 집합 A, B, C 의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

$$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

3. 두 집합 $A = \{a, b, \square\}$, $B = \{b, c, \triangle\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, \square , \triangle 안에 각각 들어갈 알파벳을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : c

▷ 정답 : a

해설

$A = B$ 이면 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 한다.
집합 A 의 $\square = c$ 이고, 집합 B 의 $\triangle = a$ 이다.

5. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 31개일 때, $n(A)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $31 + 1 = 32$ 개이며,
 $2^n = 32 \therefore n = 5$ 이다.

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 6, 9\}$ 에 대하여 $A \cup (A^c \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3, 5, 6, 9\}$

해설

$A \cup (A^c \cap B) = A \cup B$ 이므로

$A \cup (A^c \cap B) = \{1, 3, 5, 6, 9\}$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30, n(B) = 23, n(A \cap B) = 11$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 가 알맞게 짝지어진 것은?

① $n(A - B) = 18, n(B - A) = 12$

② $n(A - B) = 12, n(B - A) = 18$

③ $n(A - B) = 19, n(B - A) = 12$

④ $n(A - B) = 11, n(B - A) = 19$

⑤ $n(A - B) = 19, n(B - A) = 11$

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 30 - 11 = 19$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 23 - 11 = 12$$

8. 다음 글을 읽고, 밑줄 친 부분을 수학적 표현을 사용하여 나타낼 때, 틀린 곳을 구하여라.

엄마 : 오늘 오는 친구 중에 초등학교 친구와
중학교 친구는 각각 몇 명이니?
성실 : 초등학교 친구 6명과 중학교 친구 8명이요.
 $n(A)=6$ $n(B)=8$
이 말을 들은 엄마는 14명이 먹을 수 있는
음식을 준비했다.
(그 날 저녁)
친구들 : 안녕하세요.
엄마 : 어서들 와라. 그런데! 승훈아!
왜 11명이니? 안 온 사람 있니?
 $\textcircled{A} n(A \cup B)=11$
성실 : 아니요,
제가 초대한 친구는 모두 왔는데요.
엄마 : 그럼,
초등학교와 중학교가 모두 같은 친구는 3명.
 $\textcircled{B} n(A \cap B)=3$
초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 3명
이지? $\textcircled{C} n(B-A)=3$
성실 : 예, 맞아요.

▶ 답 :

▶ 정답 : \textcircled{C}

해설

초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구들의 집합은 $A - B$ 이므로
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 6 - 3 = 3$ (명)이다.
따라서 \textcircled{C} 의 수학적 표현은 $n(A - B) = 3$ 이다.

9. 집합 $A = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$, $B = \{24, 48, 72, 96, \dots\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 배수}\}$ ② $\{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 배수}\}$
③ $\{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 배수}\}$ ④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$

해설

$A \cap B$ 은 집합 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 의미한다.
 $A \cap B = \{24, 48, 72, 96, \dots\}$ 이므로
조건제시법으로 고쳐보면
 $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 배수}\}$ 가 된다.

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup \emptyset = \emptyset$

② $A \cap \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $B \subset (A \cup B)$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

해설

① $A \cup \emptyset = A$

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ 일 때, 다음 집합의 원소들의 합을 구하여라.

보기

$$\{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

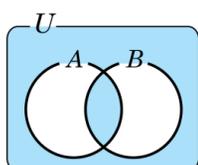
$$\{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\} = B - A$$

$$A = \{2, 4, 6, 8\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\} \text{ 이므로 } B - A =$$

$$\{1, 3, 5\}$$

$$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$$

12. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합을 모두 고르면?(정답 2개)



- ① $U - ((A - B) \cup (B - A))$ ② $(B - A)^c$
③ $(A - B) \cup (B - A)$ ④ $U - (A \cup B)$
⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ① $U - ((A - B) \cup (B - A))$, ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

13. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 5, 9\}$, $B = \{3, 7\}$ 에 대하여 $B \cap A^c$ 은?

- ① $\{1\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{7\}$ ④ $\{5, 7\}$ ⑤ $\{5, 9\}$

해설

$B \cap A^c = B - A = \{7\}$ 이다.

14. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?(a, x, y, z 는 모두 실수)

① $p: a < b, \quad q: |a| < |b|$

② $p: 2x + 3 = 5, \quad q: x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p: a > 3, \quad q: a^2 > 9$

④ $p: x > 0$ 이고 $y > 0, \quad q: x + y > 0$

⑤ $p: xy = yz, \quad q: x = z$

해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.

① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.

② p, q 를 만족하는 값이 모두 $x = 1$ 이므로 필요충분조건이다.

③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다. $\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건이다.

15. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

- ① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ ② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$ ③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$
④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$ ⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

해설

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} \text{ 이라하면}$$

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$$

$$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$$

$$\text{따라서 } \therefore \frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$$

16. n 이 자연수 일 때, 2^{10n} , 1000^n 의 대소를 비교하면?

- ① $2^{10n} < 1000^n$ ② $2^{10n} \leq 1000^n$ ③ $2^{10n} > 1000^n$
④ $2^{10n} \geq 1000^n$ ⑤ $2^{10n} = 1000^n$

해설

$$\begin{aligned} &2^{10n} > 0, 1000^n > 0 \text{이고, } n \text{이 자연수이므로} \\ &\frac{2^{10n}}{1000^n} = \frac{(2^{10})^n}{1000^n} = \left(\frac{2^{10}}{1000}\right)^n = \left(\frac{1024}{1000}\right)^n > 1 \\ &\therefore 2^{10n} > 1000^n \end{aligned}$$

17. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(1^2 + 2^2 + 3^2) \{(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2\}$
 $\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$
 $(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$
이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로
 $0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$
따라서 최댓값은 14이다.

18. 네 조건 $p : x > 0, q : y > 0, r : x < 0, s : y < 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 조건 $xy > 0$ 을 만족하는 집합은?

① $(P \cap Q) \cup (R^c \cap S^c)$

② $(P \cap Q) \cap (R \cap S)$

③ $(P \cap Q) \cup (R \cap S)$

④ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)$

⑤ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)^c$

해설

$p : x > 0, q : y > 0, r : x < 0, s : y < 0$ 일 때
 $xy > 0 \Leftrightarrow (x > 0, y > 0)$ 또는 $(x < 0, y < 0)$
따라서, 주어진 조건을 만족하는 집합은
 $(P \cap Q) \cup (R \cap S)$

19. 명제 $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 이면 a, b, c 중에 서로 같은 두 수가 있다.'의 대우는?

- ① $a = b = c$ 이면 $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 이다.
- ② $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이면 a, b, c 가 모두 서로 다른 수이다.
- ③ a, b, c 가 모두 서로 다른 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.
- ④ a, b, c 가 모두 서로 같은 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.
- ⑤ $a \neq b \neq c$ 이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.

해설

' a, b, c 중에 서로 같은 두 수가 있다.' 이면 ' $a = b$ 또는 $b = c$ 또는 $a = c$ ' 이므로 이것의 부정은 ' $a \neq b$ 이고 $b \neq c$ 이고 $a \neq c$ ' 이다. 즉, ' a, b, c 는 모두 서로 다른 수이다.'

또, $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 의 부정은 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이므로 주어진 명제의 대우는 ' a, b, c 가 모두 서로 다른 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.'

20. 전체집합 U 의 세 부분집합 P, Q, R 는 각각 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합이다. 두 명제 $\sim p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \subset Q$ ② $Q \subset R$ ③ $P^c \subset R^c$
④ $P \subset Q^c$ ⑤ $R^c \subset P$

해설

$\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P^c \subset Q$
 $r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 $R \subset Q^c$
또, $\sim p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 의 대우인 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $\sim p \rightarrow \sim r$ 가 참이다.
 $\therefore P^c \subset R^c$
따라서, 항상 옳은 것은 ③이다.

21. 두 조건 $p: -1 \leq x < 3$, $q: a \leq x-3 \leq b$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값을 M , b 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

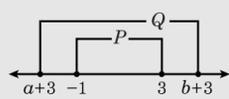
- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$p: -1 \leq x < 3$$

$$q: a \leq x-3 \leq b \rightarrow a+3 \leq x \leq b+3$$

$$p \rightarrow q \therefore P \subset Q$$



$$\therefore a+3 \leq -1, b+3 \geq 3 \text{ 즉, } a \leq -4, b \geq 0$$

$$\therefore M = -4, m = 0, M+m = -4$$

22. 다음 중 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $-x^2 + 4x - 6 < 0$

㉡ $x^2 - 6x + 9 > 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 \geq 0$

㉣ $a = b < 0$ 이고, $ax - b > bx + a$ (단, a, b 는 실수)

㉤ $a = b \leq 0$ 이고, $ax - b > bx + a$ (단, a, b 는 실수)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉡ $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 \geq 0$

㉣ $a = b \leq 0$ 이고, $ax - b \geq bx + a$

따라서 항상 성립하는 것은 ㉠, ㉡, ㉣ 의 3개이다.

23. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가 ' $x \in A$ 이면 $\frac{1}{3}x \in A$ 이다. (단, $A \neq \emptyset$)'를 만족할 때, 다음 설명 중 항상 옳은 것은?
- ① 모든 집합 A 는 무한집합이다.
 - ② 모든 집합 A 는 유한집합이다.
 - ③ 집합 A 중에서 유한집합은 $\{0\}$ 뿐이다.
 - ④ $3 \in A$ 이면 A 는 유한집합이다.
 - ⑤ $a \in A, b \in A$ 이면 $a+b \in A$ 이다.

해설

$x \in A$ 일 때 $\frac{1}{3}x \in A$ 이므로 다음의 세 가지 경우를 생각할 수 있다.

(i) $x \neq 0$ 일 때, $A = \left\{x, \frac{1}{3}x, \frac{1}{9}x, \frac{1}{27}x, \dots\right\}$ 이므로 A 는 무한 집합이다.

(ii) $x = 0$ 일 때,
 $A = \{0\}$ 이므로 A 는 유한집합이다.

(iii) 위의 두 경우를 합하면
 $A = \left\{0, x, \frac{1}{3}x, \frac{1}{9}x, \dots\right\}$ 가 되어 무한집합이다.

따라서 ③에서 A 가 유한집합이면 그 원소는 오직 0 뿐이다.

24. 임의의 집합 X 에 대하여 집합 A, B 가 $A \cap (B \cup X) = A \cup (B \cap X)$ 를 만족할 때, 다음 중 집합 A, B 의 관계로 옳은 것은?

- ① $A = B$ ② $A \subset B^c$ ③ $A \cup B = U$
④ $A = \emptyset$ ⑤ $A \cap B = \emptyset$

해설

집합 X 가 임의의 집합이므로 $X = \emptyset$ 일 때와 $X = U$ (U 는 전체 집합)일 때를 생각해 본다.

i) $X = \emptyset$ 일 때, $A \cap (B \cup \emptyset) = A \cap B$,
 $A \cup (B \cap \emptyset) = A \cup \emptyset = A$ 이므로 $A \cap B = A$
 $\therefore A \subset B$

ii) $X = U$ 일 때, $A \cap (B \cup U) = A \cap U = A$,
 $A \cup (B \cap U) = A \cup B$ 이므로 $A = A \cup B$
 $\therefore B \subset A$

i), ii)에서 $A = B$
또, 역으로 $A = B$ 이면 주어진 식을 만족한다.

25. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 세 부분집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$, $C = \{1, 2, 5\}$ 에서 $A \star B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 할 때, 집합 $(A \star B) \star C$ 의 원소의 합을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} A \star B &= (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 4\} \\ \{1, 2, 4\} \star C &= (\{1, 2, 4\} - C) \cup (C - \{1, 2, 4\}) \\ &= \{4, 5\} \\ \therefore (A \star B) \star C &= \{4, 5\} \end{aligned}$$