

1. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$
 $x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$
 $x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$
3차항은 없으므로 $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 1$

2. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1-2i}{2+3i} + \frac{1+2i}{2-3i}$$

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{8}{13}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{(1-2i)(2-3i) + (1+2i)(2+3i)}{(2+3i)(2-3i)} \\ &= \frac{(2-6) + (-4-3i) + (2-6) + (4+3i)}{2^2+3^2} \\ &= \frac{(-4-7i) + (-4+7i)}{13} \\ &= -\frac{8}{13} \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 + 4x + k = 0$ 이 허근을 가지도록 상수 k 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k > 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k < 0$$

$$\therefore k > 4$$

4. $1 \leq x \leq 8$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $x-y$ 의 값의 범위는?

① $-9 \leq x-y \leq 10$

② $-4 \leq x-y \leq 6$

③ $-3 \leq x-y \leq 4$

④ $2 \leq x-y \leq 40$

⑤ $3 \leq x-y \leq 13$

해설

$$1-5 \leq x-y \leq 8-2$$

5. 다음 연립부등식의 해 중 자연수의 개수가 가장 많은 연립부등식을 고르면?

① $\begin{cases} x \leq 1 \\ x > -1 \end{cases}$

② $\begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x > 2 \\ x > 4 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x \leq -1 \\ x > -5 \end{cases}$

해설

- ① $-1 < x \leq 1$ 이므로 자연수는 한 개이다.
- ② $2 < x < 3$ 이므로 자연수는 없다.
- ③ $x \leq 1$ 이므로 자연수는 한 개이다.
- ④ $x > 4$ 이므로 자연수는 5, 6, 7, 8... 이다.
- ⑤ $-5 < x \leq -1$ 이므로 자연수는 없다.

6. B(4, 2), C(0, 5)인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 1)일 때, 꼭짓점 A의 좌표를 구하면?

- ① A(-2, -3) ② A(-2, -4) ③ A(-1, -4)
④ A(-1, -3) ⑤ A(-1, 4)

해설

A(x, y)라 하면

$$\frac{x+4+0}{3} = 1, \frac{y+2+5}{3} = 1$$

$$\therefore x = -1, y = -4$$

7. 좌표평면 위의 점 $(-2, 3)$ 을 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동 시키면 점 (a, b) 이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$(x, y) \rightarrow (x+3, y-1)$$

$$\therefore (-2, 3) \rightarrow (1, 2)$$

8. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축의 방향으로 p , y 축의 방향으로 $-2p$ 만큼 평행이동하였더니 직선 $y = 2x - 5$ 와 일치하였다. 이때, 상수 p 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선을 x 축으로 p , y 축으로 $-2p$ 만큼 평행이동하면,

$$\Rightarrow y + 2p = 2(x - p) + 3$$

$$\Rightarrow y = 2x - 4p + 3$$

$$\Rightarrow -4p + 3 = -5$$

$$\therefore p = 2$$

9. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$f(-3) = (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0$$

$$\therefore a = 45$$

10. 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6 > x \\ x-1 < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 정수는 몇 개인지 구하여

라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5개

해설

$$\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6 > x \\ x-1 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x > -2 \\ x < 4 \end{cases}$$

따라서 $-2 < x < 4$ 이므로 연립방정식을 만족하는 정수는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 으로 5개 이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 2 < 10 \\ 2x - 5 > 1 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 0개

해설

$$4x - 2 < 10$$

$$4x < 12$$

$$x < 3$$

$$2x - 5 > 1$$

$$2x > 6$$

$$x > 3$$

따라서 동시에 만족하는 정수 x 는 없다.

13. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \leq 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \leq x \leq 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면
방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0, \quad k(k-2) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 2$$

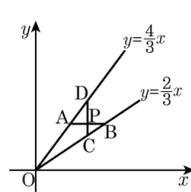
14. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ (x - a)(x + 2) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이 될 때, 실수 a 의 최댓값은?

- ① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$x^2 + 3x - 4 < 0$ 의 해가
 $-4 < x < 1$ 이므로
연립부등식의 해가 $-2 < x < 1$ 가 되려면
 $(x - a)(x + 2) > 0$ 의 해는
 $x < a, x > -2$ 이고, $a \leq -4$ 이다.

15. 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 $y = \frac{2}{3}x$ 사이에 위치한 제 1 사분면의 점 P 에서 x 축, y 축에 각각 평행한 선분을 그어 위의 두 직선과 만나는 점을 그림에서와 같이 각각 A, B, C, D 라 하자. 이 때, $\frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{8}{9}$
 ③ $\frac{9}{8}$
 ④ $\frac{9}{2}$
 ⑤ P 의 위치에 따라 일정하지 않다.

해설

$$\text{직선 } y = \frac{4}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{직선 } y = \frac{2}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{CP}}{\overline{BP}} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} \cdot \frac{\overline{BP}}{\overline{CP}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

16. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 + ax - 2y = 0$ 이 중심이 $C(1, 1)$ 인 원을 나타낼 때, 이 원의 반지름의 길이는?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 + ax - 2y = 0 \text{ 을 표준형으로 고치면 } \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{a^2 + 4}{4} \text{ 이므로}$$

$$\text{중심의 좌표는 } C\left(-\frac{a}{2}, 1\right)$$

$$\text{반지름의 길이는 } \frac{\sqrt{a^2 + 4}}{2}$$

$$\therefore a = -2$$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다

17. 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선의 방정식은?

① $x + 2y - 5 = 0$ ② $x + 2y - 4 = 0$ ③ $x + 2y - 2 = 0$

④ $x + 2y - 1 = 0$ ⑤ $x + 2y + 1 = 0$

해설

x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동하므로

$(x - 2) + 2(y + 3) - 3 = 0$ 으로 이동한다.

18. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때 $f(x)$ 를 $\frac{g(x)}{n}$ 로 나눈 몫과 나머지를 나타낸 것은?

- ① 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $R(x)$ ② 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $R(x)$
③ 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $\frac{R(x)}{n}$ ④ 몫 : $Q(x)$, 나머지 $\frac{R(x)}{x}$
⑤ 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $nR(x)$

해설

$$f(x) = g(x)Q(x) + R(x) \cdots \text{㉠}$$

$$f(x) = \frac{g(x)}{n}Q'(x) + R'(x) \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠에서 } f(x) = nQ(x)\frac{g(x)}{n} + R(x),$$

$$\frac{Q'(x)}{n} = Q(x), R'(x) = R(x)$$

$$\therefore Q'(x) = n \cdot Q(x), R'(x) = R(x)$$

19. 삼각형 ABC의 세변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① $b = c$ 인 이등변 삼각형
- ② $a = c$ 인 이등변삼각형
- ③ b 가 빗변의 길이인 직각삼각형
- ④ 정삼각형
- ⑤ c 가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0 \\ a^2 + b^2 &= c^2 (\because a+b \neq 0) \\ \therefore c &\text{가 빗변의 길이인 직각삼각형}\end{aligned}$$

20. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 9$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 -1 이 되었다. m 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ **-8** ⑤ 3

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 9 = 2(x-1)^2 + 7$$

이 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면

$$y = 2(x-1)^2 + 7 + m$$

$$\text{최솟값이 } -1 \text{ 이므로 } 7 + m = -1$$

$$\therefore m = -8$$

21. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} 0.1x - 0.2 \geq 0.3 - 0.4x \\ -0.3 + 0.3x > -0.4x - 2.4 \end{cases} \quad \text{의 해를 수직선 위에 나타내면 다음}$$

그림과 같을 때, a 의 값은?



- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$\begin{cases} 0.1x - 0.2 \geq 0.3 - 0.4x \\ -0.3 + 0.3x > -0.4x - 2.4 \end{cases}$$

$$x + 4x \geq 3 + 2$$

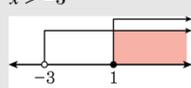
$$5x \geq 5$$

$$x \geq 1$$

$$3x + 4x > -24 + 3$$

$$7x > -21$$

$$x > -3$$



$$\therefore a = -3$$

22. 연립부등식 $\begin{cases} 7x-4 > -3(x-2) \\ 8(x+1) > 2x-a \end{cases}$ 의 해가 $x > 1$ 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -2$ ② $a \leq -2$ ③ $a \geq -14$
④ $a > -14$ ⑤ $a \leq -14$

해설

(i) $7x - 4 > -3(x - 2), x > 1$

(ii) $8(x + 1) > 2x - a, x > \frac{-a - 8}{6}$

연립부등식의 해가 $x > 1$ 이므로

$$\frac{-a - 8}{6} \leq 1, -a - 8 \leq 6$$

$$\therefore a \geq -14$$

23. 이차방정식 $x^2 + mx - m + 1 = 0$ 이 양의 정수근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2 + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -m & \dots \textcircled{1} \\ \alpha\beta = -m + 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

② - ①을 하면 $\alpha\beta - \alpha - \beta = 1$, $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 2$

α, β 가 양의 정수이므로

$\alpha - 1 = 1, \beta - 1 = 2$ 또는 $\alpha - 1 = 2, \beta - 1 = 1$

$\therefore (\alpha, \beta) = (2, 3), (3, 2)$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 13$

$\alpha + \beta = -m$ 이므로 $m = -5$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + m = 13 + (-5) = 8$

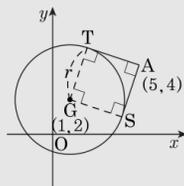
24. 좌표평면 위에 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = r^2$ 과 원 밖의 점 A(5,4)가 있다. 점 A에서 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 원의 반지름의 길이 r 의 값은?

- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{12}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

해설

좌표평면 그림으로 나타내면 점 A에서 그은 접선이 서로 수직
이므로 원의 중심 G, 접점 S와 T, 점 A로 이루어지는 $\square GSAT$
는 한 변의 길이가 r 인 정사각형이다.

$$\therefore r = \frac{GA}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{10}$$



해설

중심을 C라 하고 두 접점을 각각 T, T'이라고 하면 점 C의
좌표는 (1,2)이므로

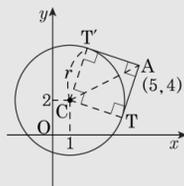
$$CA = \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{5}$$

점 A에서 원에 두 접선을 그었으므로 $\overline{AT} = \overline{AT'}$

사각형 T'CTA는 네 각의 크기가 같고 네 변의 길이가 같은
정사각형이므로 $\angle CAT = 45^\circ$

직각삼각형 CAT에서 $\overline{CT} = r$ 이므로

$$r = \overline{CA} \sin 45^\circ = 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$$

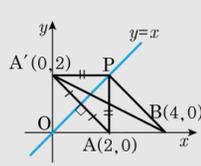


25. x 축 위의 두 점 $A(2, 0), B(4, 0)$ 과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 $A(2, 0)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $A'(0, 2)$ 이 때, 다음 그림에서 $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 또, $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로



$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$