

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^4 = -1$

② $x^2 = -9$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-27} = 3\sqrt{3}i$

④ $2 \in \{x \mid x \text{는 복소수}\}$

⑤ $a + bi$ 에서 $a = 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 순허수이다.(단, a, b 는 실수)

해설

$$i^2 = -1 \rightarrow i^4 = 1$$

2. 등식 $2x + (y + 1)i = 6 - i$ 를 만족하는 실수 x, y 의 값은?

- ① $x = 3, y = -2$ ② $x = 3, y = 0$ ③ $x = 4, y = -2$
④ $x = 4, y = 0$ ⑤ $x = -1, y = 4$

해설

$$(2x - 6) + (y + 2)i = 0$$

x, y 는 실수이므로, $2x - 6 = 0, y + 2 = 0$

$$\Rightarrow x = 3, y = -2$$

3. $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}i$

② $4\sqrt{3}i$

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

4. 허수단위 i 에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

① $1 + i$

② $-1 + i$

③ $2i$

④ $2 + i$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ $-\frac{1}{6}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

두 근이 각각 α 와 β 이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 2$ 이다.

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{2}$$

6. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8

② -1

③ 0

④ 5

⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

7. 다음 이차함수의 최댓값이 3 인 것은?

① $y = -x^2 + 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = -\frac{4}{3}(x+5)^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

① $x = 0$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

② $x = 0$ 일 때, 최댓값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

③ $x = 1$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

④ $x = -5$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

⑤ $x = 0$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

8. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① (2, 3)

② (-2, 3)

③ (3, 2)

④ (3, -2)

⑤ (-3, -2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣ $\times 3$ 을 하면 $-4y = -8$

$\therefore y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

$\therefore x = 3, y = 2$

9. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

10. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

11. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 이 때, abc 의 값은?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$y = a(x + 1)^2 - 3$ 에 $(1, 5)$ 를 대입하면 $a = 2$

따라서 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 을 전개하면

$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2, b = 4, c = -1$

$\therefore abc = -8$

13. 다음 함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = 2(x - 3)^2$

② $y = x(x - 1)$

③ $y = 3x^2 - x + 2$

④ $y = -x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = (2x + 1)(2x - 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a < 0$ 일 때 이차함수가 최댓값을 갖는다.

14. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5), x^2 의 계수가 -2 이므로

$$\begin{aligned} y &= -2(x-1)^2 + 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1) + 5 \\ &= -2x^2 + 4x + 3 \\ \therefore y &= -2x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

15. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ ($-2 \leq x \leq 2$) 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$y = -x^2 - 2x + 5 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 5 = -(x + 1)^2 + 6$$

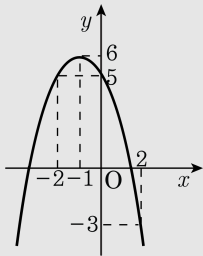
점 $(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.

$$f(-2) = 5, f(2) = -3$$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$ 이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$$\therefore M + m = 6 - 3 = 3$$



16. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0, \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0, \\ x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

제 1 식에서 $(x-1)(x+1)(x+3) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -3$

제 2 식에서 $(x-1)(x+1)(x+2) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -2$

제 3 식에서 $(x-1)^2(x-2) = 0$

$\therefore 1, 2$

$\therefore$ 공통근 : $x = 1$

17. $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x = y + 1$ 을 ㉡에 대입하면,

$$(y + 1)^2 + y^2 = 5$$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$(y + 2)(y - 1) = 0$$

$$\therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 1$$

$$y = -2 \text{를 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } x = -1$$

$$y = 1 \text{을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } x = 2$$

$$\therefore xy = 2$$

18. 복소수 z 에 대하여 $3z + \bar{z}(1+i) = 3-i$ 가 성립할 때, $z\bar{z}$ 의 값은?

- ① -3 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 4

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$3(a + bi) + (a - bi)(1 + i) = 3 - i$$

$$3a + 3bi + a + ai - bi + b = 3 - i$$

$$(4a + b) + (a + 2b)i = 3 - i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $4a + b = 3$, $a + 2b = -1$

$$\begin{cases} 4a + b = 3 & \cdots \textcircled{㉠} \\ a + 2b = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{에서}$$

$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡}$ 을 하면 $7a = 7$,

$$\therefore a = 1$$

$a = 1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $b = -1$

따라서 $z = a + bi = 1 - i$ 이므로 $z\bar{z} = (1 - i)(1 + i) = 2$

19. 실수 a, b 에 대하여 연산 $*$ 를 $a * b = a^2 + b$ 로 정의한다. 방정식 $x * (x - 6) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 2\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha < \beta$)

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$x * (x - 6) = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -3, 2$$

$$\therefore \alpha = -3, \beta = 2 \ (\alpha < \beta)$$

$$\therefore \alpha + 2\beta = 1$$

20. 지면으로부터 초속 30m 로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 45

해설

$h = -5t^2 + 30t$ 에서 $h = -5(t - 3)^2 + 45$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45m 이다.

21. 삼차방정식 $(x+2)(x^2+2x-a+2)=0$ 의 실근이 -2 뿐일 때, 실수 a 값의 범위를 구하면?

① $a < -3$

② $a < 1$

③ $a > -1$

④ $a > 2$

⑤ $a > 3$

해설

실근이 -2 뿐이므로 $x^2+2x-a+2=0$ 은 허근을 갖는다.

$$\begin{aligned} D &= 2^2 - 4 \times 1 \times (-a+2) \\ &= 4a - 4 < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a < 1$$

22. 계수가 유리수인 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 한근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{c-b}{a}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

계수가 유리수인 이차방정식에서 $2 - \sqrt{3}$ 이 근이면 $2 + \sqrt{3}$ 도 근이므로

$$\text{근과 계수의 관계에 의하여 } -\frac{b}{a} = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$\frac{c}{a} = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore \frac{c-b}{a} = \frac{c}{a} + \left(-\frac{b}{a}\right) = 1 + 4 = 5$$

23. 다음 x 에 관한 두 개의 이차방정식 $\begin{cases} x^2 - 2x + a^2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ x^2 - ax + 2a = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$

에서 공통근이 오직 한 개일 때, a 의 값과 공통근 k 를 구하면?(단, a 는 실수)

① $a = 0$ 일 때 $k = 0$, $a = -1$ 일 때, $k = 1$

② $a = 2$ 일 때 $k = 1 \pm \sqrt{3}i$

③ $a = 1$ 일 때 $k = 1$, $a = 2$ 일 때, $k = 1$

④ $a = 3$ 일 때 $k = 2 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = 2$ 일 때 $k = -1$, $a = 3$ 일 때, $k = 1$

해설

공통근을 $x = k$ 라 하면

$$k^2 - 2k + a^2 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$k^2 - ka + 2a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

두 식을 빼주면, $(k + a)(a - 2) = 0$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } k = -a$$

i) $a = 2$ 일 때

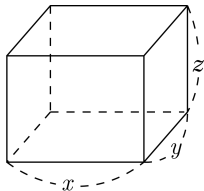
①, ②이 같아지므로 성립하지 않는다.

ii) $k = -a$ 일 때

$$\textcircled{1} \text{에 넣으면 } a = 0 \text{ 또는 } a = -1$$

$$\begin{cases} a = 0 \text{ 이면 } k = 0 \\ a = -1 \text{ 이면 } k = 1 \end{cases}$$

24. 다음 그림과 같이 가로 길이, 세로 길이, 높이가 x , y , z 인 직육면체의 12 개의 모서리의 길이가 평균이 8, 표준편차가 2 이다. 이 때, 6 개면의 넓이의 평균은?



- ① 53 ② 56 ③ 59
 ④ 62 ⑤ 65

해설

$$\frac{4(x + y + z)}{12} = 8 \Rightarrow x + y + z = 24$$

$$\frac{4(x^2 + y^2 + z^2)}{12} - 8^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 204$$

$$xy + yz + zx = \frac{(x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2} = 186$$

$$\frac{2(xy + yz + zx)}{6} = \frac{xy + yz + zx}{3} = \frac{186}{3} = 62$$

25. 대학수학능력시험 수리탐구 영역(Ⅰ)의 문항 수는 30개이고 배점은 40점이다. 문항별 배점은 1점, 1.5점, 2점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 1점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

1점짜리 문항을 x 개,

1.5점짜리 문항을 y 개,

2점짜리 문항을 z 개라고 하면

$$x + 1.5y + 2z = 40 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y + z = 30 \cdots \textcircled{㉡}$$

($x \geq 1$, $y \geq 1$, $z \geq 1$)라고 하면

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} \times 3 = -x + z = -10,$$

$$x = z + 10, z \geq 1 \text{ 이므로}$$

$$x = z + 10 \geq 11$$

이 때 $y = 18$ 이고 준 조건을 만족하므로

x 의 최솟값은 11