

1. $\{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\}$ 를 간단히 하면?

- ① $2y$ ② $2z$ ③ $-2y$ ④ $-2z$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & \{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\} \\ &= (x - y + z) - (x - y - z) \\ &= x - y + z - x + y + z \\ &= 2z \end{aligned}$$

해설

2. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를 $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

② 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 2

③ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 3

④ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 2

⑤ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

\therefore 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

3. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

- ① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$
- ② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$
- ③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$
- ④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$
- ⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

4. $x - y = 1$ 을 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여 등식 $3x^2 - 5x + 1 = ay^2 + by + c$ 이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = y + 1$ 을 주어진 식에 대입한 후,
 y 에 대한 내림차순으로 정리한다.
 $3(y + 1)^2 - 5(y + 1) + 1 = ay^2 + by + c$
 $(3 - a)y^2 + (1 - b)y - 1 - c = 0$
 $\therefore a = 3, b = 1, c = -1$
 $\therefore a + b + c = 3$

5. 다음 식이 x 에 대한 항등식이 되도록 A, B 의 값을 정할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$4x - 6 = A(x + 1) - B(x - 1)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x 에 대한 항등식이므로 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다.
따라서 $x = -1$ 을 양변에 대입하면,
 $4 \times (-1) - 6 = A(-1 + 1) - B(-1 - 1)$
 $-10 = 2B \quad \therefore B = -5$
또, $x = 1$ 을 양변에 대입하면,
 $4 \times 1 - 6 = A(1 + 1) - B(1 - 1)$
 $-2 = 2A \quad \therefore A = -1$
 $\therefore A = -1, B = -5$
 $\therefore A + B = -6$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,
 $4x - 6 = (A - B)x + A + B$
 $\therefore A + B = -6$

6. 임의의 실수 x, y 에 대하여, $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x+y$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

7. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1)Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

8. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$ ② $(x-2)^2$ ③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$ ⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 3 & 1 & 1 & -8 & -12 \\
 & & 3 & 12 & 12 \\
 \hline
 -2 & 1 & 4 & 4 & 0 \\
 & & -2 & -4 & \\
 \hline
 -2 & 1 & 2 & 0 & \\
 & & -2 & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & &
 \end{array}$$

$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$

$\therefore \square = (x+2)^2$

9. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

10. $(a+b-c)(a-b+c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a+b-c)(a-b+c) \\ &= \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} \\ &= a^2 - (b-c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

11. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a+2)x^3 + (ab+2)x^2 + (2a+2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{이므로} \\ & ab + 2 = 0, a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

12. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$
$$= 9 + 18 = 27$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

13. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2$, $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

14. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned}6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 &= (3x - 2)Q(x) + R \\ \text{양변에 } x = 1 \text{을 대입하면, } 13 &= Q(1) + R \\ \therefore Q(1) + R &= 13\end{aligned}$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

15. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 이 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -8$

② $a = 3, b = 4$

③ $a = -1, b = -3$

④ $a = 4, b = -2$

⑤ $a = -3, b = 7$

해설

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 로 놓으면
 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로 $f(1) = 0, f(2) = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore f(1) = 2 + a + b + 8 = 0,$$

$$f(2) = 16 + 4a + 2b + 8 = 0$$

$$\therefore a + b = -10, 2a + b = -12$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = -8$

16. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

17. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$$\begin{aligned} a &= 1999 \text{라 하면} \\ 1998 \times 1999 + 1 &= (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1 \\ \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

18. x 에 대한 다항식 $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = 7, b = -6$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = 5, b = -3$

④ $a = 4, b = -5$ ⑤ $a = 3, b = 7$

해설

직접 나누면

몫이 $2x - 3$, 나머지가 $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

19. 다음 중 $x(x+1)(x+2)(x+3) - 24$ 의 인수인 것은?

- ① $(x-4)$ ② $(x+1)$ ③ $(x^2 - 3x + 6)$
④ $(x^2 + 3x + 6)$ ⑤ $(x^2 - 3x - 6)$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3) - 24 \\ &= x(x+3)(x+1)(x+2) - 24 \\ &= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 24 \\ & \quad x^2 + 3x = X \text{로 치환하면} \\ & X(X+2) - 24 = X^2 + 2X - 24 \\ &= (X+6)(X-4) \\ &= (x^2 + 3x + 6)(x^2 + 3x - 4) \\ &= (x^2 + 3x + 6)(x-1)(x+4) \end{aligned}$$

20. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

- ㉠ 0 ㉡ 1 ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\ &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0 \\ & (x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0 \\ & \therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}((x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2) = 0 \\ & \text{그런데 } x, y, z \text{가 서로 다른 세 실수 } (x \neq y \neq z) \text{이므로} \\ & x + y + z = 0 \end{aligned}$$

21. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

22. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \cdot B$, 최소공배수 L 을 $A \star B$ 로 나타내기로 한다. 다음 중 $(A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB)$ 와 같은 것은?

- ① 1 ② A ③ AB ④ AL ⑤ AG

해설

$$\begin{aligned} A &= aG, B = bG \quad (a, b \text{는 서로소}) \text{라 하면} \\ A^2 \cdot B^2 &= a^2G^2 \cdot b^2G^2 = G^2 \\ A^2 \cdot AB &= a^2G^2 \cdot abG^2 = aG^2 \\ \therefore (A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB) &= G^2 \star aG^2 = aG^2 = AG \end{aligned}$$

23. x 에 대한 항등식 $(1+2x-x^2)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$ 에서 $3a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

i) 항등식의 상수항 : $a_0 = 1$
ii) 항등식에 $x = 1, x = -1$ 을 대입하여 식을 만든다.
 $x = 1$ 을 대입하면 $2^5 = a_0 + a_1 + \dots + a_{10} \dots$ ①
 $x = -1$ 을 대입하면 $(-2)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \dots + a_{10} \dots$ ②
① + ② : $0 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10})$
 $\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10} = 0$
 $3a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10} = 2(\because a_0 = 1)$

24. 두 다항식 $x^2 + 4x + 2k$ 와 $x^2 + 3x + k$ 의 최대공약수가 x 에 대한 일차식일 때, 상수 k 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = x^2 + 4x + 2k$, $B = x^2 + 3x + k$ 라고 하면 $A - B = x + k$
 $A - B$ 는 최대공약수 G 를 인수로 갖고,
주어진 조건에서 두 식의 최대공약수가 일차식이므로
두 식의 최대공약수는 $x + k$ 이다.
 A, B 는 최대공약수 $x + k$ 를 인수로 가지므로
 A 에 $x = -k$ 를 대입하면
 $k^2 - 2k = 0$, $k(k - 2) = 0$
 $\therefore k = 0$ 또는 $k = 2$
따라서, k 값들의 합은 2이다.

25. 두 다항식 $x^2 + 3x + p$, $x^2 + px + q$ 의 최소공배수가 $x^3 - 13x + 12$ 일 때, $p + q$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^3 - 13x + 12 = (x - 1)(x - 3)(x + 4)$ 두 다항식의 곱이 4차식이고 최소공배수가 3차식이므로 최대공약수는 1차식이다.

($\because AB = GL$)

i) G.C.M. = $x - 1$ 이면 $p = -4$, $q = 3$

이 때 두 식은 $(x - 1)(x + 4)$, $(x - 1)(x - 3)$ 이므로 조건에 맞는다.

ii) G.C.M. = $x - 3$ 이면 $p = -18$, $q = 45$

이 때 두 식은 $(x - 3)(x + 6)$, $(x - 3)(x - 15)$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

iii) G.C.M. = $x + 4$ 일 때도 ii)와 같음

i), ii), iii)에서 $p + q = -1$