

1. $a > b > 1$ 인 실수 a, b 에 대하여 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

② $\frac{a}{1-a} > \frac{b}{1-b}$

③ $a+3 < b+3$

④ $a-1 < b-1$

⑤ $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

해설

- ① 양변에 ab 를 곱하면 주어진 조건과 다르게 나온다.
- ② $1-a < 0, 1-b < 0$ 에서 $(1-a)(1-b) > 0$ 이므로
양변에 $(1-a)(1-b)$ 를 곱하면
 $a(1-b) > b(1-a), a-ab > b-ab, a > b$
주어진 조건에 만족한다.
- ③ 양변에 3을 빼주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
- ④ 양변에 1을 더해주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
- ⑤ $1+a > 0, 1+b > 0$ 이므로 $(1+a)(1+b)$ 를 양변에 곱하면
 $a(1+b) < b(1+a)$
 $a+ab < b+ab$
 $a < b$
주어진 조건을 만족하지 않는다.

2. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{6}{5}$

③ $\frac{4}{3}$

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{2}{3} < x < 3$ 을 만족하지 않는 것은 $\frac{1}{3}, 3$ 이다.

3. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$

② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(4, 0)$

해설

x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x + 2)^2 + 2^2 = (x - 5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$$

$$\therefore P(3, 0)$$

4. 세 점 $A(2, a)$, $B(3, 4)$, $C(b, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표가 $(1, 2)$ 일 때, $a - b$ 는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

세 점 $A(2, a)$, $B(3, 4)$, $C(b, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표가 $(1, 2)$ 이므로,

$$\frac{2 + 3 + b}{3} = 1 \text{에서 } b = -2$$

$$\frac{a + 4 - 2}{3} = 2 \text{에서 } a = 4$$

$$\therefore a - b = 6$$

5. 좌표평면에 두 점 $A(1, 3)$, $B(2, -1)$ 이 있다. 점 $C(m, 2)$ 에 대하여 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 가 최소일 때의 상수 m 의 값은?

① $\frac{5}{4}$

② $-\frac{5}{4}$

③ $\frac{7}{4}$

④ $-\frac{7}{4}$

⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$\overline{AC} + \overline{BC}$ 가 최소인 경우는
세 점 A, B, C 가 일직선 위에 있을 때이므로
직선 AB 의 기울기와 BC 의 기울기가 같다.

$$\text{따라서 } \frac{-1-3}{2-1} = \frac{2-(-1)}{m-2}$$

$$\therefore m = \frac{5}{4}$$

6. 다음 부등식을 풀면?

$$0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$$

① $-9 < x \leq 3$

② $-9 \leq x < 3$

③ $-9 \leq x \leq 3$

④ $-9 < x < 3$

⑤ $3 \leq x < 9$

해설

$$0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$$

$$\rightarrow \begin{cases} 0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - 30 < 5x - 3 \\ 5x - 3 \leq 30 - 6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - 5x < -3 + 30 \\ 5x + 6x \leq 30 + 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -3x < 27 \\ 11x \leq 33 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -9 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$\therefore -9 < x \leq 3$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} -x + a > 5 \\ 3 - 2x \leq 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 3$

② $a < 3$

③ $a > 6$

④ $a < 6$

⑤ $a \leq 6$

해설

$$\begin{cases} -x + a > 5 \rightarrow a - 5 > x \\ 3 - 2x \leq 1 \rightarrow 1 \leq x \end{cases}$$

해가 없으려면 $a - 5 \leq 1$

$$\therefore a \leq 6$$

8. 어느 연속하는 세 짝수의 합이 126 보다 크고 134 보다 작다고 할 때, 중간에 있는 수는 무엇인가?

① 38

② 40

③ 42

④ 44

⑤ 46

해설

연속하는 세 짝수 이므로 중간에 있는 수를 x 라고 잡으면 연속하는 세 수는 $x-2$, x , $x+2$ 라고 표현되고, 세 수의 합은 $3x$ 이다.

문제의 조건을 따르면,
$$\begin{cases} 3x > 126 \\ 3x < 134 \end{cases}, \text{ 또는 } 126 < 3x < 134 \text{ 로}$$

표현할 수 있다.

따라서 $\frac{126}{3} < x < \frac{134}{3}$ 이다.

이는 $42 < x < 44.666\cdots$ 이다.

x 는 짝수이므로 44 이다.

9. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로

$\therefore$ ⑤ 모든 실수

10. 이차부등식 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 > 0$ 이 해를 가지지 않도록 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 1$

② $-1 \leq k \leq 1$

③ $-1 \leq k < 1$

④ $-2 < k < 1$

⑤ $-2 \leq k \leq 1$

해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수 x 에 대하여

$k-1 < 0$ 이고

$(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 \geq 0$ 이어야 한다.

i) $k-1 < 0$ 에서 $k < 1$

ii) $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을

D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 + 2(k-1) \leq 0, \quad k^2 - 1 \leq 0$$

$$(k+1)(k-1) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq k \leq 1$$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $-1 \leq k < 1$

11. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

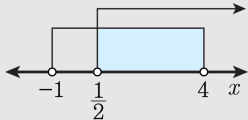
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3개다.

12. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{7}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{7} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 2(x+a) \leq 6 \\ 3b \leq 3x-3 \end{cases}$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식을 정리하면

$$\begin{cases} x \leq 3-a \\ b+1 \leq x \end{cases}$$

$$\therefore b+1 \leq x \leq 3-a$$

$$b+1 = -1, 3-a = 2$$

$$\therefore b = -2, a = 1$$

$$\therefore a+b = -1$$

14. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$

② $\frac{3}{2} < x \leq 3$

③ $2 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 3$

⑤ $1 \leq x \leq 4$

해설

$[x] = t$ 로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$ 이므로
부등식을 풀면 $(2t - 3)(t - 3) < 0$

$$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$ 에서 $[x] = 2$

$$\therefore 2 \leq x < 3$$

15. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-3 < x < 2$ 일 때, $bx^2 - ax + c < 0$ 의 해를 구하면 $x < \alpha$, $x > \beta$ 이다. $2\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$$-3 < x < 2 \Leftrightarrow (x-2)(x+3) < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0$$

$$\therefore -x^2 - x + 6 > 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 좌변과 $ax^2 + bx + c$ 의 각 항의 계수의 비가 일정해야 하므로
같이 놓아도 무방하다.

$$\therefore a = -1, b = -1, c = 6$$

이것을 $bx^2 - ax + c < 0$ 에 대입하면

$$-x^2 + x + 6 < 0$$

$$\therefore x^2 - x - 6 > 0 \quad (x+2)(x-3) > 0$$

$$\therefore x < -2 \text{ 또는 } x > 3$$

$$\therefore \alpha = -2, \beta = 3 \quad \therefore 2\alpha + \beta = -1$$

16. 평면위의 두 점 $A(m^2, -m)$, $B(1, m)$ 일 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는?

① m^2

② $m^2 + 1$

③ $m^2 + 2$

④ $m^2 + 3$

⑤ $m^2 + 4$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(1 - m^2)^2 + (m + m)^2} \\ &= \sqrt{m^4 + 2m^2 + 1} \\ &= \sqrt{(m^2 + 1)^2} = m^2 + 1\end{aligned}$$

17. 세 꼭지점이 A(-2, 1), B(2, 3), C(3, -2)로 주어지는 삼각형의 외심의 좌표는?

① $\left(\frac{2}{11}, \frac{2}{11}\right)$

② $\left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right)$

③ $\left(1, \frac{2}{11}\right)$

④ $\left(\frac{10}{11}, \frac{12}{11}\right)$

⑤ $\left(\frac{10}{11}, \frac{2}{11}\right)$

해설

외심이란 세변의 수직이등분선의 교점이므로 세 변 중 두변의 수직이등분선의 교점도 삼각형의 외심이다. 우선, 선분 AB 중점의 좌표를 구하면 (0, 2)이고, 직선 AB 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 -2

∴ 기울기가 -2 이고, 중점 (0, 2)를 지나는 직선의 방정식은 $y = -2x + 2 \cdots \textcircled{㉠}$

선분 AC 중점의 좌표를 구하면 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 이고, 직선 AC의 기울기가 $-\frac{3}{5}$ 이므로 선분 AC 수직이등분선의 기울기는 $\frac{5}{3}$

∴ 기울기가 $\frac{5}{3}$ 이고, 중점 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3} \cdots \textcircled{㉡}$

㉠, ㉡를 연립하여 풀면, $x = \frac{10}{11}, y = \frac{2}{11}$

따라서 외심의 좌표 : $\left(\frac{10}{11}, \frac{2}{11}\right)$

18. 세 점 A(2, 5), B(-1, 0), C(4, 1)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에서
 변 BC 위의 점 M에 대하여 $\triangle ABM = \triangle ACM$ 일 때, $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2$ 의
 값은?

① 25

② 27

③ 29

④ 31

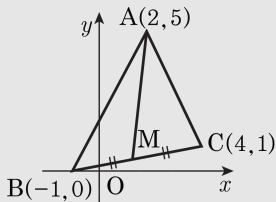
⑤ 33

해설

$\triangle ABM = \triangle ACM$ 이므로 $\overline{BM} = \overline{CM}$
 이다.

따라서 파포스의 정리에 의하여
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 &= \frac{1}{2} (\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2) \\ &= \frac{1}{2} \left[\{(-1-2)^2 + (0-5)^2\} \right. \\ &\quad \left. + \{(4-2)^2 + (1-5)^2\} \right] \\ &= \frac{1}{2} (9 + 25 + 4 + 16) = 27 \end{aligned}$$



19. 두 점 $A(1, 2), B(3, -2)$ 를 이은 $\overline{AB}$ 의 B 방향으로의 연장선 위에 $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$ 을 만족하는 점 C 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

점 C 는 선분 AB 를 2 : 1 로 외분하는 점이므로 $C(5, -6)$ 이다.
 $\therefore a^2 + b^2 = 5^2 + (-6)^2 = 61$

20. 두 직선 $x-3y+5=0$, $x+9y-7=0$ 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 30° 의 각을 이루는 직선의 방정식이 $x+by+c=0$ 일 때 $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

$(-2, 1)$ 이고, 기울기는 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3} \quad \therefore b + c = 2$$

21. 상수 a, b, c 가 조건 $ab > 0, bc < 0$ 을 만족시킬 때 방정식 $ax+by-c=0$ 이 나타내는 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?

① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 2, 3, 4 사분면

③ 제 1, 3, 4 사분면

④ 제 1, 2 사분면

⑤ 제 2, 3 사분면

해설

$$ax + by - c = 0 \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$

$ab > 0, bc < 0$ 이므로

기울기는 $(-)$, y 절편은 $(-)$ 이다.

$\therefore$ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.

22. 다음 두 직선 $y = (2a + 1)x - a + 2$, $y = (a + 2)x + 2$ 가 서로 수직일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$ 또는 -1.5

해설

$$(2a + 1)(a + 2) = -1$$

$$2a^2 + 5a + 3 = 0$$

$$(2a + 3)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } -\frac{3}{2}$$

23. 두 직선 $y = 3x + 2$, $x - ay - 7 = 0$ 이 서로 수직이 되도록 상수 a 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 직선이 서로 수직이면 기울기의 곱이 -1 이다.

$$\therefore 3 \times \frac{1}{a} = -1 \Rightarrow a = -3$$

24. 점 $(3, 4)$ 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{|2 \times 3 - 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5} \text{ 이므로, } |2 + k| = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 $k = 3$ ($\because k$ 는 양수)

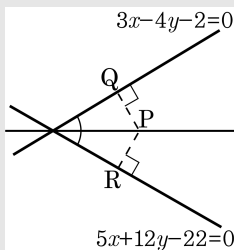
25. 두 직선 $3x - 4y - 2 = 0$, $5x + 12y - 22 = 0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax + by + c = 0$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X - 4Y - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|5X + 12Y - 22|}{\sqrt{25 + 144}}$$

$$13(3X - 4Y - 2) = \pm 5(5X + 12Y - 22)$$

즉, $13(3X - 4Y - 2) = 5(5X + 12Y - 22)$ 또는

$13(3X - 4Y - 2) = -5(5X + 12Y - 22)$ 정리하면

$x - 8y + 6 = 0$ 또는 $8x + y - 17 = 0$ 에서

기울기가 양이므로

$$\therefore x - 8y + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -1$$