

1. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 에 대하여 $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} g(x) &= (ax + b)f(x) \text{ 이므로} \\ 6x^2 - 5x - 4 &= (3x - 4)(2x + 1) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(4x + 2) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)f(x) \end{aligned}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = -6$$

2. $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$ 일 때, 다음 중 상수 A 의 값이 될 수 없는 것은?(단, a, b 는 정수)

① 8 ② -13 ③ -8 ④ -7 ⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우
 $(\pm 1, \pm 12), (\pm 2, \pm 6), (\pm 3, \pm 4)$
 $A = a + b$ 이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $\pm 13, \pm 8, \pm 7$

3. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

① -15 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \\ &= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c \end{aligned}$$

$$2b = 4, \quad b = 2$$

$$2c + 3b = -4, \quad c = -5$$

$$-a = 3c = -15, \quad a = 15$$

4. 다음 중 $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x + 4$ ② $x + 3$ ③ $x + 2$ ④ $x - 1$ ⑤ $x - 2$

해설

$x^2 + 2x = A$ 로 치환하면

(준식) $= A^2 - 11A + 24 = (A - 3)(A - 8)$ 이다.

따라서

$(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 8)$

$= (x + 3)(x - 1)(x - 2)(x + 4)$

5. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ 을 인수분해하면?

① $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

② $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab + b)$

③ $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab - b)$

④ $(a^2 + ab - b)(a^2 - ab + b)$

⑤ $(a + ab + b^2)(a - ab + b^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)\end{aligned}$$

6. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $a + b + c \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

이때 a, b, c 는 실수이고 $a+b+c \neq 0$ 이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c} = \frac{9}{2}$$

7. $\frac{207^2 - 134^2}{52^2 - 21^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(207 + 134)(207 - 134)}{(52 + 21)(52 - 21)} \\ &= \frac{341 \times 73}{73 \times 31} = 11\end{aligned}$$

8. $x^2 + 2x - 1 = 0$ 일 때, $x^4 - 3x^2 + 6x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = 1 - 2x$$

$$x^4 = (1 - 2x)^2$$

$$= 1 - 4x + 4x^2$$

$$= 1 - 4x + 4(1 - 2x)$$

$$= 1 - 4x + 4 - 8x$$

$$= 5 - 12x$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 - 3x^2 + 6x &= 5 - 12x - 3(1 - 2x) + 6x \\ &= 5 - 12x - 3 + 6x + 6x \\ &= 2 \end{aligned}$$

9. $ab = -4$, $(a + 2)(b + 2) = 10$ 일 때, $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$ 의 값은?

① 121

② 134

③ 146

④ 152

⑤ 165

해설

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = 10$$

$$ab = -4 \text{ 를 대입하면 } a + b = 5$$

$$\text{한편 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \cdot (-4) = 33$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a^2 + b^2)(a + b) \\ &= 33 \times 5 \\ &= 165 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

11. x 에 관한 이차방정식 $2ax^2 + px - ap + 4q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$2a + p - ap + 4q = 0$$

$$(2 - p)a + p + 4q = 0$$

a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$2 - p = 0, \quad p + 4q = 0$$

$$p = 2, \quad p + 4q = 0, \quad 4q = -2, \quad q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

12. $A = x^2 + 2x - 3$, $B = x^2 - 8x + 7$ 에 대하여, $A + B = 0$, $AB \neq 0$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$\begin{aligned} A + B &= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 - 8x + 7) \\ &= 2x^2 - 6x + 4 = 0 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0, (x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \cdots \textcircled{\text{A}}$$

$AB \neq 0$ 이므로 $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$ 이어야 한다.

$$A = x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3) \neq 0 \text{ 에서}$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 이고 } x \neq -3 \cdots \textcircled{\text{B}}$$

$$B = x^2 - 8x + 7 = (x - 1)(x - 7) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 이고 } x \neq 7 \cdots \textcircled{\text{C}}$$

따라서 $\textcircled{\text{A}}$, $\textcircled{\text{B}}$, $\textcircled{\text{C}}$ 에서 $x = 2$ 이다.

13. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 3x - 3a = 0$ 과 $2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$ 이 공통근을 가질 때, a 의 값을 구하여라. (단, $-4 < a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax + 3x - 3a = 0$$

$$(x + 3)(x - a) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = a$$

$$2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$$

$$(x - a + 2)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = a - 2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

$$(i) a = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } a = \frac{1}{2}$$

$$(ii) a - 2 = -3 \text{ 일 때, } a = -1$$

$$(iii) a = a - 2 \text{ 일 때, 해는 없다.}$$

따라서 $-4 < a < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

14. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$

15. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

16. 5 보다 큰 실수 a 가 $a(10-a) + \frac{1}{a} + \frac{1}{10-a} = 7$ 을 만족할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $5 + \sqrt{23}$

▷ 정답 : $5 + 2\sqrt{5}$

해설

$10 - a = b$ 라 하면 $a + b = 10$ 이므로
 $ab + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 7$
 $ab + \frac{a+b}{ab} = ab + \frac{10}{ab} = 7$
양변에 ab 를 곱하면
 $(ab)^2 - 7ab + 10 = 0$
 $(ab - 2)(ab - 5) = 0$
 $\therefore ab = 2$ 또는 $ab = 5$
i) $ab = 2$ 일 때 $a + b = 10$,
 $ab = 2$ 에서 a, b 는 $m^2 - 10m + 2 = 0$ 의 두 근이다.
 $\therefore m = 5 \pm \sqrt{23}$
그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a = 5 + \sqrt{23}$ 이다.
ii) $ab = 5$ 일 때 $a + b = 10$,
 $ab = 5$ 에서 a, b 는 $n^2 - 10n + 5 = 0$ 의 두 근이다.
 $\therefore n = 5 \pm 2\sqrt{5}$
그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a = 5 + 2\sqrt{5}$ 이다.
따라서 i), ii) 에 의하여 $a = 5 + \sqrt{23}$ 또는 $a = 5 + 2\sqrt{5}$ 이다.

17. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 1km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 20km 를 왕복하는데 9시간 걸린다면 20km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 4 시간

해설

올라갈 때 속력을 x km/h 라 하면

내려올 때 속력은 $(x + 1)$ km/h

$\frac{20}{x} + \frac{20}{x + 1} = 9$ 의 양변에 $x(x + 1)$ 을 곱하면

$$20(x + 1) + 20x = 9x(x + 1)$$

$$40x + 20 = 9x^2 + 9x$$

$$9x^2 - 31x - 20 = 0$$

$$(x - 4)(9x + 5) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 4$ (km/h)

따라서 내려올 때 속력 : $x + 1 = 5$ km/h

$$\therefore \frac{20}{5} = 4 \text{ (시간)}$$

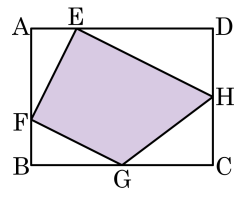
18. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 25t - 5t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을 A 라고 할 때, A 의 값은?

① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초 ④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned}25t - 5t^2 &= 20 \\5t^2 - 25t + 20 &= 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t - 4)(t - 1) = 0 \\ \therefore t &= 1, 4 \\ \therefore A &= 4 - 1 = 3 \text{ (초)}\end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에 사각형 EFGH 가 내접하고 있다. 점 H 는 선분 CD 를 이등분하고 점 G 는 선분 BC 를 이등분한다. 삼각형 AFE, FBG, EHD 의 넓이가 각각 1, 1, $\frac{9}{4}$ 일 때, 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{AD} = x, \overline{AB} = y$ 라 하면

$$\overline{DH} = \overline{HC} = \frac{1}{2}y, \overline{BG} = \overline{GC} = \frac{1}{2}x$$

$$\triangle EHD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}y \times \overline{ED} = \frac{9}{4} \quad \therefore \overline{ED} = \frac{9}{y}$$

$$\triangle FBG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times \overline{FB} = 1 \quad \therefore \overline{FB} = \frac{4}{x}$$

$$\text{따라서 } \triangle AFE = \frac{1}{2} \left(x - \frac{9}{y} \right) \left(y - \frac{4}{x} \right) = 1$$

$$\left(\frac{xy - 9}{y} \right) \left(\frac{xy - 4}{x} \right) = 2$$

$$(xy - 9)(xy - 4) = 2xy$$

$$(xy)^2 - 15xy + 36 = 0$$

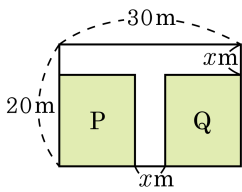
$$(xy - 12)(xy - 3) = 0$$

$$\therefore xy = 12 \text{ 또는 } xy = 3$$

$$\text{그런데 } xy > \frac{17}{4} \text{ 이므로 } xy = 12$$

$$\therefore \square ABCD = 12$$

20. 가로와 세로의 길이가 30m, 20m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 다음 그림과 같이 폭이 x m 인 길을 내어 P, Q 두 개의 화단으로 만들었더니 P, Q 화단의 넓이가 각각 150m^2 , 225m^2 가 되었다. 이때, 길의 폭은?



▶ 답 : m

▷ 정답 : 5 m

해설

$$\begin{aligned}(\text{P, Q 화단의 넓이의 합}) &= (30 - x)(20 - x) \\ &= 600 - 50x + x^2 \\ &= 375\end{aligned}$$

$$x^2 - 50x + 225 = 0$$

$$\therefore (x - 5)(x - 45) = 0$$

그런데 $0 < x < 20$ 이므로 $x = 5$ 이다.