

1.  $f(x) = 4x + 2$ ,  $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$  에 대하여  $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$  로 나타내어질 때,  $2ab$  의 값을 구하면?

① -3

② -6

③ 3

④ 6

⑤ 12

해설

$$g(x) = (ax + b)f(x) \text{ 이므로}$$

$$6x^2 - 5x - 4 = (3x - 4)(2x + 1)$$

$$= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(4x + 2)$$

$$= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)f(x)$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = -6$$

2.  $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$  일 때, 다음 중 상수  $A$  의 값이 될 수 없는 것은?(단,  $a, b$  는 정수)

① 8

② -13

③ -8

④ -7

⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우

$(\pm 1, \pm 12), (\pm 2, \pm 6), (\pm 3, \pm 4)$

$A = a + b$ 이므로

$A$ 가 될 수 있는 수는  $\pm 13, \pm 8, \pm 7$

3.  $4x^2 - 4x - a$  가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가  $2x + 3$  일 때,  $a$  의 값은?

① -15

② -6

③ 3

④ 6

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \\ &= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c \end{aligned}$$

$$2b = 4, \quad b = 2$$

$$2c + 3b = -4, \quad c = -5$$

$$-a = 3c = -15, \quad a = 15$$

4. 다음 중  $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$  의 인수가 아닌 것은?

①  $x + 4$

②  $x + 3$

③  $x + 2$

④  $x - 1$

⑤  $x - 2$

해설

$x^2 + 2x = A$  로 치환하면

(준식)  $= A^2 - 11A + 24 = (A - 3)(A - 8)$  이다.

따라서

$$\begin{aligned} & (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 8) \\ &= (x + 3)(x - 1)(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

5.  $a^4 + a^2b^2 + b^4$  을 인수분해하면?

①  $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

②  $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab + b)$

③  $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab - b)$

④  $(a^2 + ab - b)(a^2 - ab + b)$

⑤  $(a + ab + b^2)(a - ab + b^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)\end{aligned}$$

6.  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  일 때,  $\frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c}$  의 값을 구하여라. (단,  $a + b + c \neq 0$ )

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{9}{2}$

해설

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\frac{1}{2}(a+b+c) \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$$

이때  $a, b, c$  는 실수이고  $a+b+c \neq 0$  이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c} = \frac{9}{2}$$

7.  $\frac{207^2 - 134^2}{52^2 - 21^2}$  을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(207 + 134)(207 - 134)}{(52 + 21)(52 - 21)} \\ &= \frac{341 \times 73}{73 \times 31} = 11\end{aligned}$$

8.  $x^2 + 2x - 1 = 0$  일 때,  $x^4 - 3x^2 + 6x$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 = 1 - 2x$$

$$x^4 = (1 - 2x)^2$$

$$= 1 - 4x + 4x^2$$

$$= 1 - 4x + 4(1 - 2x)$$

$$= 1 - 4x + 4 - 8x$$

$$= 5 - 12x$$

$$\therefore x^4 - 3x^2 + 6x = 5 - 12x - 3(1 - 2x) + 6x$$

$$= 5 - 12x - 3 + 6x + 6x$$

$$= 2$$

9.  $ab = -4$ ,  $(a + 2)(b + 2) = 10$  일 때,  $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$  의 값은?

① 121

② 134

③ 146

④ 152

⑤ 165

해설

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = 10$$

$ab = -4$  를 대입하면  $a + b = 5$

$$\text{한편 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \cdot (-4) = 33$$

$$\begin{aligned}\therefore a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a^2 + b^2)(a + b) \\ &= 33 \times 5 \\ &= 165\end{aligned}$$

10. 이차방정식  $x^2 + 2x + A = 0$  의 근이  $x = 2$  또는  $x = -4$  일 때,  $A$  의 값을 구하여라.

① -8

② -6

③ -2

④ 6

⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

11.  $x$  에 관한 이차방정식  $2ax^2 + px - ap + 4q = 0$  이  $a$  의 값에 관계없이 항상  $x = 1$  의 근을 가질 때,  $p + q$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{3}{2}$

해설

$x = 1$  을 대입하면

$$2a + p - ap + 4q = 0$$

$$(2 - p)a + p + 4q = 0$$

$a$  의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$2 - p = 0, \quad p + 4q = 0$$

$$p = 2, \quad p + 4q = 0, \quad 4q = -2, \quad q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

12.  $A = x^2 + 2x - 3$ ,  $B = x^2 - 8x + 7$  에 대하여,  $A + B = 0$ ,  $AB \neq 0$  을 만족하는  $x$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 2$

해설

$$\begin{aligned} A + B &= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 - 8x + 7) \\ &= 2x^2 - 6x + 4 = 0 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0, (x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$AB \neq 0$  이므로  $A \neq 0$  이고  $B \neq 0$  이어야 한다.

$$A = x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3) \neq 0 \text{ 에서}$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 이고 } x \neq -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$B = x^2 - 8x + 7 = (x - 1)(x - 7) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 이고 } x \neq 7 \cdots \textcircled{㉢}$$

따라서  $\textcircled{㉠}$ ,  $\textcircled{㉡}$ ,  $\textcircled{㉢}$ 에서  $x = 2$  이다.

13.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - ax + 3x - 3a = 0$  과  $2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$  이 공통근을 가질 때,  $a$ 의 값을 구하여라. (단,  $-4 < a < 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$$x^2 - ax + 3x - 3a = 0$$

$$(x+3)(x-a) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = a$$

$$2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$$

$$(x-a+2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = a-2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

$$(i) a = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } a = \frac{1}{2}$$

$$(ii) a-2 = -3 \text{ 일 때, } a = -1$$

$$(iii) a = a-2 \text{ 일 때, 해는 없다.}$$

따라서  $-4 < a < 0$  이므로  $a = -1$  이다.

14. 이차방정식  $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$  의 양의 근을  $\alpha$  라고 할 때,  $\alpha^2 + 4\alpha$  의 값은?

①  $24 + 5\sqrt{21}$

②  $26 + 6\sqrt{23}$

③  $28 + 7\sqrt{26}$

④  $32 + 8\sqrt{23}$

⑤  $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x} \text{ 의 양변에 } 12x \text{ 를 곱하면}$$

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

$$\alpha \text{ 는 양의 근이므로 } \alpha = 2 + \sqrt{22}$$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$

15.  $x^2$ 의 계수가 1인 이차방정식을  $A$ ,  $B$ 두 사람이 푸는데,  $A$ 는 일차항의 계수를 잘못 보고  $-3$  또는  $8$ 을 해로 얻었고,  $B$ 는 상수항을 잘못 보고  $3$  또는  $-5$ 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

①  $x = -2$  또는  $x = 5$

②  $x = -3$  또는  $x = -5$

③  $x = -4$  또는  $x = 6$

④  $x = 4$  또는  $x = -6$

⑤  $x = 3$  또는  $x = -8$

### 해설

구하는 이차방정식을  $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

$A$ 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

$B$ 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

$$\text{따라서 처음 식은 } x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

16. 5 보다 큰 실수  $a$  가  $a(10-a) + \frac{1}{a} + \frac{1}{10-a} = 7$  을 만족할 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $5 + \sqrt{23}$

▷ 정답 :  $5 + 2\sqrt{5}$

### 해설

$10-a=b$  라 하면  $a+b=10$  이므로

$$ab + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 7$$

$$ab + \frac{a+b}{ab} = ab + \frac{10}{ab} = 7$$

양변에  $ab$  를 곱하면

$$(ab)^2 - 7ab + 10 = 0$$

$$(ab-2)(ab-5) = 0$$

$$\therefore ab = 2 \text{ 또는 } ab = 5$$

i)  $ab = 2$  일 때  $a+b=10$ ,

$ab = 2$  에서  $a, b$  는  $m^2 - 10m + 2 = 0$  의 두 근이다.

$$\therefore m = 5 \pm \sqrt{23}$$

그런데  $a$  가 5 보다 큰 실수이므로  $a = 5 + \sqrt{23}$ 이다.

ii)  $ab = 5$  일 때  $a+b=10$ ,

$ab = 5$  에서  $a, b$  는  $n^2 - 10n + 5 = 0$  의 두 근이다.

$$\therefore n = 5 \pm 2\sqrt{5}$$

그런데  $a$  가 5 보다 큰 실수이므로  $a = 5 + 2\sqrt{5}$ 이다.

따라서 i), ii) 에 의하여  $a = 5 + \sqrt{23}$  또는  $a = 5 + 2\sqrt{5}$  이다.

17. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 1km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 20km 를 왕복하는데 9시간 걸린다면 20km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 4시간

### 해설

올라갈 때 속력을  $x$ km/h 라 하면

내려올 때 속력은  $(x + 1)$ km/h

$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+1} = 9$  의 양변에  $x(x+1)$  을 곱하면

$$20(x+1) + 20x = 9x(x+1)$$

$$40x + 20 = 9x^2 + 9x$$

$$9x^2 - 31x - 20 = 0$$

$$(x-4)(9x+5) = 0$$

$x > 0$  이므로  $x = 4$  (km/h)

따라서 내려올 때 속력 :  $x + 1 = 5$ km/h

$$\therefore \frac{20}{5} = 4 \text{ (시간)}$$

18. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의  $t$  초 후의 높이를  $h$ m 라고 하면  $h = 25t - 5t^2$  인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을  $A$  라고 할 때,  $A$  의 값은?

① 1 초

② 2 초

③ 3 초

④ 4 초

⑤ 5 초

해설

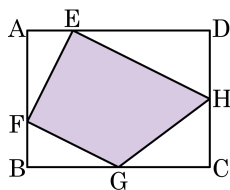
$$25t - 5t^2 = 20$$

$$5t^2 - 25t + 20 = 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t - 4)(t - 1) = 0$$

$$\therefore t = 1, 4$$

$$\therefore A = 4 - 1 = 3 \text{ (초)}$$

19. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에 사각형 EFGH 가 내접하고 있다. 점 H 는 선분 CD 를 이등분하고 점 G 는 선분 BC 를 이등분한다. 삼각형 AFE, FBG, EHD 의 넓이가 각각 1, 1,  $\frac{9}{4}$  일 때, 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{AD} = x$ ,  $\overline{AB} = y$  라 하면

$$\overline{DH} = \overline{HC} = \frac{1}{2}y, \quad \overline{BG} = \overline{GC} = \frac{1}{2}x$$

$$\triangle EHD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}y \times \overline{ED} = \frac{9}{4} \quad \therefore \overline{ED} = \frac{9}{y}$$

$$\triangle FBG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times \overline{FB} = 1 \quad \therefore \overline{FB} = \frac{4}{x}$$

$$\text{따라서 } \triangle AFE = \frac{1}{2} \left( x - \frac{9}{y} \right) \left( y - \frac{4}{x} \right) = 1$$

$$\left( \frac{xy - 9}{y} \right) \left( \frac{xy - 4}{x} \right) = 2$$

$$(xy - 9)(xy - 4) = 2xy$$

$$(xy)^2 - 15xy + 36 = 0$$

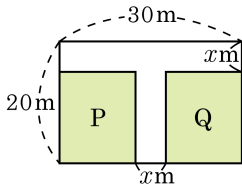
$$(xy - 12)(xy - 3) = 0$$

$$\therefore xy = 12 \text{ 또는 } xy = 3$$

$$\text{그런데 } xy > \frac{17}{4} \text{ 이므로 } xy = 12$$

$$\therefore \square ABCD = 12$$

20. 가로와 세로의 길이가 30m, 20m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 다음 그림과 같이 폭이  $x$ m 인 길을 내어 P, Q 두 개의 화단으로 만들었더니 P, Q 화단의 넓이가 각각  $150\text{m}^2$ ,  $225\text{m}^2$  가 되었다. 이때, 길의 폭은?



▶ 답:            m

▷ 정답: 5           m

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{P, Q 화단의 넓이의 합}) &= (30 - x)(20 - x) \\
 &= 600 - 50x + x^2 \\
 &= 375
 \end{aligned}$$

$$x^2 - 50x + 225 = 0$$

$$\therefore (x - 5)(x - 45) = 0$$

그런데  $0 < x < 20$  이므로  $x = 5$  이다.