1. 어떤 수를 제곱해야 할 것을 잘못하여 2배로 하였더니 제곱한 것보다 35가 작게 되었다.
원래의 수 중 양수인 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

구하는 수를 x라 하면
$2x = x^2 - 35$
$(x+5)(x-7) = 0$
$\therefore x = 7\ (\because x > 0)$

2. 지상에서 20m 의 높이에 있는 건물의 옥상에서 초속 30m 로 똑바로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 성립한다. 공이 다시 건물의 옥상으로 떨어질 때까지 걸리는 시간은?

① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초 ④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

$h = -5x^2 + 30x + 20$ 에서 공이 옥상에 떨어지는 것은 높이 h 가 20 이 될 때이다.

$20 = -5x^2 + 30x + 20 \Leftrightarrow x^2 - 6x = 0$

$x(x-6) = 0$

$x = 0$ 또는 $x = 6$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$

3. 한 변의 길이가 x 인 정사각형에서 한 변의 길이는 20% 늘이고 다른 한 변의 길이는 20% 줄일 때, 새로 만들어지는 직사각형의 넓이의 변화는?

① 1% 줄어든다 ② 1% 늘어난다 ③ 4% 줄어든다
④ 4% 늘어난다 ⑤ 변화가 없다

해설

처음 정사각형의 넓이는 x^2
새로운 직사각형의 넓이는
$(x+0.2x)(x-0.2x) = 1.2x \times 0.8x = 0.96x^2$
따라서 새로 만들어지는 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이보다 4% 줄어든다.

4. $y = -x^2 + 6x - 4 - a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 5$　② $a < 5$　③ $a < -5$

④ $a > -5$　⑤ $a < 9$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.
$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.
$D = 6^2 - 4(-1)(-4 - a) > 0$
$\therefore a < 5$

5. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2 - 6x$의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

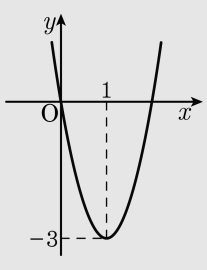
① 제1사분면　② 제2사분면

③ 제3사분면　④ 제4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$y = 3x^2 - 6x$
$= 3(x^2 - 2x + 1 - 1)$
$= 3(x-1)^2 - 3$



그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$이고 y절편은 0이다.

6. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 를 정리하면,

$(a-20)x^2+(2+4c)x+b-12=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-20=0,\ 2+4c=0,\ b-12=0$

$\therefore\ a=20,\ b=12,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$abc=20\times12\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-120$

7. $x(x-3)=0$ 을 $(ax+b)^2=q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$x(x-3)=0$

$x^2-3x=0$

$x^2-3x+\frac{9}{4}=\frac{9}{4}$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

$a=1, b=-\frac{3}{2}, q=\frac{9}{4}$

$\therefore abq=-\frac{27}{8}$

8. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2]=1$, $[\sqrt{5}]=2$ 이다. 이차방정식 $x^2-4x-7=0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a-[a]+3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x^2-4x-7=0$ 에서

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+28}}{2}=2\pm\sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a는 $2+\sqrt{11}$

$3<\sqrt{11}<4$ 이므로 $5<2+\sqrt{11}<6$

$\therefore\ [a]=5$

$\therefore\ (a-[a]+3)^2=(2+\sqrt{11}-5+3)^2$

$=(\sqrt{11})^2=11$

9. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.

② 중근을 갖는다.

③ 근이 없다.

④ k 의 값에 따라 달라진다.

⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k+1) > 0$

$\therefore\ k > -1$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4+k) > 0\ (\because k > -1)$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

10. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,
$x(x-7)=30$
$x^2-7x-30$
$(x-10)(x+3)=0$
$\therefore x=10$ ($\because x$ 는 자연수)

11. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은 것은?

① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

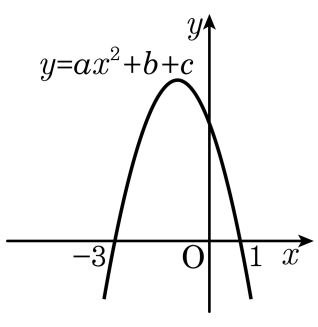
해설

$|a| > \left|-\frac{1}{2}\right|$

$|a| < |2|$

$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} < a < 2$

12. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$ ② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$ ④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$ 이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

13. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$(x-2)(x+4) = 0$
$x^2 + 2x - 8 = 0,\ A = -8$

14. 직선 $ax-2y=-8$ 이 점 $(a-2,\ a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$ax-2y=-8$ 이 점 $(a-2,\ a^2)$ 을 지나므로
$a(a-2)-2a^2=-8$
$a^2-2a-2a^2+8=0$
$-a^2-2a+8=0,\ a^2+2a-8=0$
$(a+4)(a-2)=0$
$\therefore\ a=-4$ 또는 $a=2$
$ax-2y=-8,\ y=\frac{a}{2}x+4$ 이므로
$a>0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.
$\therefore\ a=2$

15. 이차방정식 $x^2+3ax+2a^2=0$ 의 한 근이 -2 일 때, a 의 값과 다른 한 근을 구하여라. (단, 다른 한 근은 -2 보다 작은 수이다.)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=2$

▷ 정답: $x=-4$

해설

$x^2+3ax+2a^2=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면
$4-6a+2a^2=0$
$2a^2-6a+4=0$
$a^2-3a+2=0$
$(a-1)(a-2)=0$
$\therefore\ a=1$ 또는 $a=2$
i) $a=1$ 일 때,
$x^2+3x+2=0,\ (x+1)(x+2)=0$
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=-2$
따라서 다른 한 근은 -2 보다 작은 수이므로 조건에 맞지 않는다.
ii) $a=2$ 일 때,
$x^2+6x+8=0,\ (x+2)(x+4)=0$
$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=-4$
다른 한 근은 -2 보다 작은 수이므로 -4 이다.
$\therefore\ a=2,\ x=-4$

16. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 35km 를 왕복하는데 12시간 걸린다면 35km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 5 시간

해설

올라갈 때 속력 : $x$km/h
내려올 때 속력 : $(x+2)$km/h 라고 하면

$$\frac{35}{x}+\frac{35}{x+2}=12$$

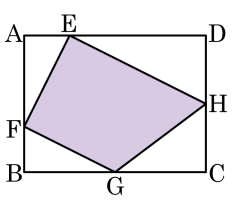
양변에 $x(x+2)$ 를 곱하면

$$35(x+2)+35x=12x(x+2)$$
$$70x+70=12x^2+24x$$
$$12x^2-46x-70=0$$
$$(x-5)(12x+14)=0$$

$x>0$ 이므로 $x=5$ (km/h)
(내려올 때 속력) $=x+2=7$(km/h)

$$\therefore \frac{35}{7}=5 \text{ (시간)}$$

17. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에 사각형 EFGH 가 내접하고 있다. 점 H 는 선분 CD 를 이등분하고 점 G 는 선분 BC 를 이등분한다. 삼각형 AFE, FBG, EHD 의 넓이가 각각 1, 1, $\frac{9}{4}$ 일 때, 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$\overline{AD} = x$, $\overline{AB} = y$ 라 하면

$\overline{DH} = \overline{HC} = \frac{1}{2}y$, $\overline{BG} = \overline{GC} = \frac{1}{2}x$

$\triangle EHD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}y \times \overline{ED} = \frac{9}{4}$ $\therefore \overline{ED} = \frac{9}{y}$

$\triangle FBG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times \overline{FB} = 1$ $\therefore \overline{FB} = \frac{4}{x}$

따라서 $\triangle AFE = \frac{1}{2}\left(x - \frac{9}{y}\right)\left(y - \frac{4}{x}\right) = 1$

$\left(\frac{xy-9}{y}\right)\left(\frac{xy-4}{x}\right) = 2$

$(xy-9)(xy-4) = 2xy$

$(xy)^2 - 15xy + 36 = 0$

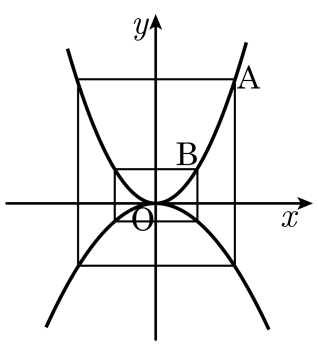
$(xy-12)(xy-3) = 0$

$\therefore xy = 12$ 또는 $xy = 3$

그런데 $xy > \frac{17}{4}$ 이므로 $xy = 12$

$\therefore \square ABCD = 12$

18. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$에 대하여 두 직사각형이 서로 다른 닮음이다. A의 x좌표를 a, B의 x좌표를 b라 할 때, ab의 값을 구하면?



① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{16}{9}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

서로 같지 않는 닮음 이므로 큰 사각형의 가로와 작은 사각형의 세로가 대응변이다.

그러므로 $2a : \frac{3}{2}a^2 = \frac{3}{2}b^2 : 2b$에서

$\frac{9}{4}a^2b^2 = 4ab$

$\therefore ab = \frac{16}{9}$

19. 직선 $y = 1 - x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 포물선 $y = ax^2$, $y = bx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 C, B, y 축과 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{CB}$ 가 되기 위한 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, $a > b > 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 12$

▷ 정답: $b = \frac{4}{9}$

해설

A(1.0), D(0, 1) 이고 $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{CB}$ 이므로

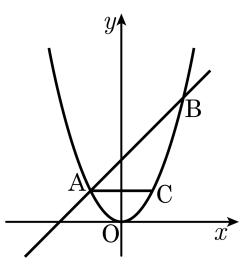
B $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$, C $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$

$y = bx^2$ 가 B $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ 를 지나므로 $b = \frac{4}{9}$

$y = ax^2$ 가 C $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ 를 지나므로 $a = 12$

$\therefore a = 12, b = \frac{4}{9}$

20. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 $y = x + 4$ 의 교점을 A, B 라 하고 삼각형 ABC 의 넓이가 12 가 되는 이차곡선 위의 한 점을 C 라 하자. 점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 기울기를 구하여라. (단, 점 C 는 1 사분면에 위치한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : −3

해설

두 그래프의 교점을 구하면

$\frac{1}{2}x^2 = x + 4$, $x^2 - 2x - 8 = 0$ 이므로

교점 A, B 는 $(-2,\ 2)$, $(4,\ 8)$ 이다.

점 C 의 좌표를 $\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (2+8) \times 6 - \frac{1}{2}\left(2 + \frac{1}{2}a^2\right)(a+2)$$

$$- \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}a^2 + 8\right)(4-a)$$

$$= -\frac{3}{2}a^2 + 3a + 12 = 12$$

$\therefore\ a = 2 (\because\ x > 0)$

따라서 점 C 의 좌표는 $(2,\ 2)$

점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선은 선분 AB 의 중점인 $(1,\ 5)$ 를 지난다.

따라서 이 직선의 기울기는 −3 이다.

21. 다음 보기 중 이차함수에 대한 설명이 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0,\ a)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.

㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 좁아진다.

㉣ $y = -x^2$ 에서 $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.

㉤ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

① ㉠,㉡,㉠ ② ㉠,㉡,㉣ ③ ㉠,㉡,㉤

④ ㉡,㉢,㉣ ⑤ ㉡,㉣,㉤

해설

㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 은 $x = 0$을 축으로 하고 점 $(0,\ b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.
따라서 옳은 것은 ㉡,㉣,㉤이다.

22. 이차방정식 $x-\frac{5}{x}=7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2-7\alpha+7)(\beta^2-7\beta+3)$ 의 값을 구하면?

① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$x-\frac{5}{x}=7$ 에서 양변에 x 를 곱하면 $x^2-7x-5=0$

이 식에 $x=\alpha$,β 를 각각 대입하면

$\alpha^2-7\alpha-5=0$ 에서 $\alpha^2-7\alpha=5$

$\beta^2-7\beta-5=0$ 에서 $\beta^2-7\beta=5$

$\therefore\ (\alpha^2-7\alpha+7)(\beta^2-7\beta+3)=(5+7)(5+3)=96$

23. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{2}$

해설

$2a^2x + ax - 15x = a + 3$
$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$
해가 없을 때이므로
$2a^2 + a - 15 = 0$, $a + 3 \neq 0$ 이다.
$2a^2 + a - 15 = 0$, $(a + 3)(2a - 5) = 0$
$a + 3 \neq 0$ 이므로 $2a - 5 = 0$, $a = \frac{5}{2}$ 이다.

24. a 는 이차방정식 $2x^2-8x-7=0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2+6x-5=0$ 의 한 근일 때, $a^2+2b^2-4a+12b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{27}{2}$

해설

$2x^2-8x-7=0$ 의 한 근이 a 이므로 x 에 a 를 대입하면 $2a^2-8a-7=0,\ a^2-4a=\frac{7}{2}\cdots$㉠

$x^2+6x-5=0$ 의 한 근이 b 이므로 x 에 b 를 대입하면 $b^2+6b-5=0,\ b^2+6b=5\cdots$㉡

주어진 식을 변형하면

$$\begin{aligned} a^2+2b^2-4a+12b &= a^2-4a+2b^2+12b \\ &= (a^2-4a)+2(b^2+6b) \\ &= \frac{27}{2} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

25. x 에 대한 이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 의 한 근이 1 일 때, a 의 값과 나머지 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $x = \frac{4}{5}$

해설

$(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 에
$x = 1$ 을 대입하면
$a + 2 - a^2 + 4 = 0$
$a^2 - a - 6 = 0$
$(a+2)(a-3) = 0$
이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 은
x^2 의 계수는 0 이 아니어야 하므로
$\therefore\ a = 3$
$a = 3$ 을 이차방정식에 대입하면
$5x^2 - 9x + 4 = 0$
$(x-1)(5x-4) = 0$
$x = 1$ 또는 $x = \frac{4}{5}$
따라서 $a = 3$ 이고 나머지 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이다.