

1. 연립방정식 $ax - by = 7$, $x - cy = 3$ 의 해 $(x, y) = (-2, 3)$ 이다. 그런데 c 를 잘못 보고 풀었더니 $(x, y) = (-3, 1)$ 이 되었다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{14}{3}$

해설

$ax - by = 7$ 에 $(x, y) = (-2, 3)$ 과 $(x, y) = (-3, 1)$ 를 각각 대입하여 풀면

$$a = -2, b = -1$$

$x - cy = 3$ 에 $(x, y) = (-2, 3)$ 을 대입하면 $c = -\frac{5}{3}$

$$\therefore a + b + c = -\frac{14}{3}$$

2. 다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} 5(x+y) - 3(x-y) = 3y + 2 \\ 0.1x + 0.3y = 0.2 \end{cases}$$

- ① $x = -4, y = 2$ ② $x = 3, y = -2$ ③ $x = 2, y = 0$
④ $x = 4, y = -2$ ⑤ $x = -2, y = 4$

해설

첫 번째 식을 전개하면 $2x + 5y = 2$ 이고, 두 번째 식에 $\times 10$ 을 하면 $x + 3y = 2$ 이다.
따라서 두 식을 연립하여 풀면, $x = -4, y = 2$ 이다.

3. 운동장 확장에 대한 의견을 하는데 반대표가 찬성표보다 $\frac{1}{4}$ 배보다 5 표 적어서 전체 투표 수의 10% 를 차지하였다. 투표에 참여한 사람들은 모두 몇 명인지 구하여라. (단, 무효표나 기권은 없으며, 한 사람당 한 표의 투표권이 있다.)

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 40 명

해설

반대표를 x , 찬성표를 y 라고 하면

$$\begin{cases} x = \frac{1}{4}y - 5 \\ (x + y) \times \frac{10}{100} = x \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} 4x + 20 = y \\ 9x = y \end{cases}$$

$\therefore x = 4, y = 36$

따라서 투표한 참여한 사람은 $4 + 36 = 40$ (명) 이다.

4. 태현이와 인성이가 가위바위보를 하여 이긴 경우에는 3 계단, 지는 경우에는 1 계단 올라가고 비기는 경우에는 2 계단 내려간다고 한다. 인성이가 진 횟수가 이긴 횟수의 2 배였다. 그 결과 태현이는 56 계단을 올라와 있고, 인성이는 16 계단을 올라왔다고 한다면 태현이와 인성이가 가위바위보를 한 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 102 회

해설

인성이가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 $2x$, 비긴 횟수를 y 라 하면,
, 태현이가 이긴 횟수는 $2x$, 진 횟수는 x , 비긴 횟수는 y 이다.

$$\begin{cases} 3 \cdot 2x + x - 2y = 56 \\ 3x + 2x - 2y = 16 \end{cases}$$

연립해서 풀면 $x = 20$, $y = 42$ 이다. 따라서 두 사람이 가위바위보를 한 횟수는 $x + 2x + y = 20 + 40 + 42 = 102$ (회) 이다.

5. 길이가 180m 인 화물열차가 다리를 지나는데 50 초가 걸렸고, 길이가 120m 인 특급열차가 이 다리를 화물열차의 2 배의 속도로 23 초 만에 통과하였다. 다리의 길이는 얼마인가?

① 470m ② 570m ③ 670m ④ 770m ⑤ 870m

해설

다리의 길이를 x m, 화물열차의 속력을 y m/초, 특급열차의 속력을 $2y$ m/초라 하면

$$\begin{cases} 180 + x = 50y & \dots ① \\ 120 + x = 23 \times 2y & \dots ② \end{cases}$$

① - ② 하면 $60 = 4y$, $y = 15, x = 570$

6. 우유에는 단백질이 30% , 지방이 10% 들어 있고, 계란에는 단백질이 20% , 지방이 20% 들어 있다. 두 종류의 식품을 먹어 단백질 70g, 지방 30g 을 섭취하려면 우유와 계란을 각각 몇 g 씩 섭취해야 하는가?
- ① 우유 100g , 계란 50g ② 우유 100g , 계란 100g
- ③ 우유 200g , 계란 50g ④ 우유 200g , 계란 100g
- ⑤ 우유 200g , 계란 250g

해설

우유와 계란의 양을 각각 x g, y g이라 할 때

$$\begin{cases} \frac{30}{100}x + \frac{20}{100}y = 70 \\ \frac{10}{100}x + \frac{20}{100}y = 30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 700 \\ x + 2y = 300 \end{cases} \quad \text{에서}$$

방정식을 풀면 $x = 200$, $y = 50$ 이다.

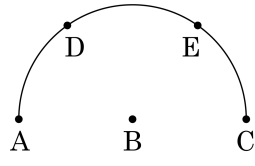
7. 1에서 25까지의 수가 각각 적힌 25장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 3의 배수가 나오는 경우의 수는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24의 8가지이다.

8. 다음 그림과 같이 반원 위에 5개의 점이 있다. 이 중 세 점을 이어 만들어지는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

5개의 점 중에서 세 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (개)
이 때, 한 직선 위에 있는 점 A, B, C 로 이루어 지는 삼각형은 없다.
따라서 구하는 삼각형의 개수는 $10 - 1 = 9$ (개)

9. 배를 타고 강을 30km 거슬러 올라가는 데 3 시간, 내려오는 데 1 시간 30 분이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

①
$$\begin{cases} \frac{30}{x-y} = 3 \\ \frac{30}{x+y} = 1.5 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} 3(x-y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} \frac{30}{x+y} = 3 \\ \frac{30}{x-y} = 1.5 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x-y) = 30 \end{cases}$$

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $x-y$,

내려올 때의 속력은 $x+y$ 이므로

$$\frac{30}{x-y} = 3 \quad \rightarrow \quad 3(x-y) = 30$$

$$\frac{30}{x+y} = 1.5 \quad \rightarrow \quad 1.5(x+y) = 30$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=\frac{3}{2} \\ -y+4x=6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많기 위한 a, b 의 값을 구하면?

① $a=1, b=-\frac{1}{4}$

② $a=-1, b=-\frac{1}{4}$

③ $a=2, b=\frac{1}{6}$

④ $a=2, b=-\frac{1}{6}$

⑤ $a=-2, b=-\frac{1}{6}$

해설

식을 정리하면

$$\begin{cases} ax+by=\frac{3}{2} \\ 4x-y=6 \end{cases} \text{ 에서}$$

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{-1} = \frac{\frac{3}{2}}{6} \text{ 이어야 하므로}$$

$$6a = \frac{3}{2} \times 4 \text{ 에서 } a=1, 6b = \frac{3}{2} \times (-1) \text{ 에서 } b = -\frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

11. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

- ① $\begin{cases} 6x + 2y = 10 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} x - 3y = 9 \\ 4x - 12y = 36 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 3x - 9y = 17 \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 12x - 6y = 18 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x - 2(2y - x) + 3 = 5 \end{cases}$

해설

해가 없는 것을 찾는다.

$$\textcircled{3} \begin{cases} x - 3y = 4 \\ 3x - 9y = 17 \end{cases} \quad \text{에서} \quad \begin{cases} 3x - 9y = 12 \\ 3x - 9y = 17 \end{cases} \quad \text{이므로 해가 없다.}$$

12. 어느 학교의 작년의 학생 수는 1100 명이었다. 금년에는 작년보다 남학생이 4% 감소하고 여학생은 6% 증가하여 전체 학생 수는 작년보다 16명 증가하였을 때, 금년의 남학생 수는?

- ① 480 명 ② 500 명 ③ 576 명
④ 600 명 ⑤ 636 명

해설

작년 남학생의 수를 x 명, 작년 여학생의 수를 y 명 이라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 1100 \\ -0.04x + 0.06y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1100 \cdots \textcircled{1} \\ -4x + 6y = 1600 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\times 4 + \textcircled{2}$ 를 하면

$$10y = 6000, y = 600$$

$$x = 500$$

$$\therefore \text{금년의 남학생 수} : 500 - 500 \times 0.04 = 480(\text{명})$$

13. 4%의 설탕물과 9%의 설탕물을 섞어서 5%의 설탕물 300g을 만들었다. 이 때, 4%와 9%의 설탕물을 각각 몇 g씩 섞었는가?
- ① 4%의 설탕물 : 250g, 9%의 설탕물 : 50g
② 4%의 설탕물 : 240g, 9%의 설탕물 : 60g
③ 4%의 설탕물 : 220g, 9%의 설탕물 : 80g
④ 4%의 설탕물 : 60g, 9%의 설탕물 : 240g
⑤ 4%의 설탕물 : 100g, 9%의 설탕물 : 200g

해설

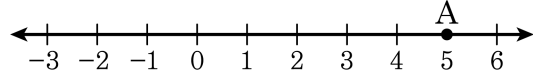
4%의 소금물 : x g, 9%의 설탕물 : y g

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ \frac{4}{100} \times x + \frac{9}{100} \times y = \frac{5}{100} \times 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 300 & \dots \textcircled{1} \\ 4x + 9y = 1500 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\times 4$ - ② 하면,
 $x = 240$, $y = 60$

15. 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 수직선을 따라 양의 방향으로 2 만큼, 뒷면이 나오면 음의 방향으로 1 만큼 이동한다. 동전을 4 번 던져서 이동하였을 때 A 지점에 위치할 확률은? (단, 동전을 던지기 전의 위치는 0 이다.)



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

해설

(앞면 나오는 횟수) = a , (뒷면 나오는 횟수) = b 라 하면 $a + b = 4$, $2a - b = 5$ 에서 $a = 3$, $b = 1$
 즉, 앞면 3 번, 뒷면 1 번
 (전체 경우의 수) = $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (가지),
 앞면 3 번, 뒷면 1 번이 나오는 경우의 수는 4가지이다.
 $\therefore \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

16. A, B, C 세 명의 명중률은 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ 이다. 이 때, 세 명이 동시에 1발을 쏘았을 때, 이들 중 2명만 목표물에 명중시킬 확률은?

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{11}{24}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{4}$
- ⑤ $\frac{1}{12}$

해설

A, B가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$

B, C가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$

C, A가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$

따라서 2명만 목표물에 명중시킬 확률은

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{11}{24}$$

17. 미지수가 2 개인 일차방정식 $\frac{3x+2y-1}{4} = \frac{2x+y+2}{3}$ 의 한 해가 $(5, k)$ 일 때, k 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

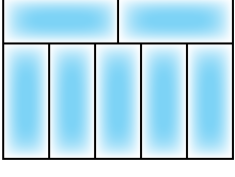
식의 양변에 12 를 곱하면

$$3(3x+2y-1) = 4(2x+y+2), \quad x+2y=11$$

$(5, k)$ 를 대입하면

$$5+2k=11, \quad \therefore k=3$$

18. 다음 그림과 같이 크기가 같은 직사각형 모양의 타일 7 개를 겹치지 않게 빈틈없이 붙여 큰 직사각형 모양을 만들었더니 그 둘레의 길이가 88cm 였다. 이 때, 큰 직사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $\frac{135520}{289}$ cm^2

해설

타일 한 장의 긴 모서리의 길이를 $x\text{cm}$, 짧은 모서리의 길이를 $y\text{cm}$ 라 하면 ($x > y$)

$$2x = 5y$$

또, 둘레의 길이가 88cm 이므로

$$2x + 2(x + y) + 5y = 88, 4x + 7y = 88$$

연립방정식을 풀면

$$\therefore x = \frac{220}{17}, y = \frac{88}{17}$$

큰 직사각형의 넓이는

$$\left(2 \times \frac{220}{17}\right) \times \left(\frac{220}{17} + \frac{88}{17}\right) = \frac{135520}{289}(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

19. 남학생 3명, 여학생 4명이 줄을 설 때, 여학생 중 한명인 유진이와 특정한 남학생 A 사이에 한명이 있도록 일렬로 세우는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 1200가지

해설

먼저 유진이와 A 사이에 다른 학생이 올 수 있는 경우의 수가 5가지이고,

이 때 이웃하여 선 세 사람을 한 묶음으로 생각하면

무은 1개와 나머지 4명은 일렬로 세우는 경운이 스는

묵음 1개와 나머지 4명을 일렬

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120(\text{가지})$$

물음 안에서 유진이가와 A가 자리를 바꾸는 경우

축음 안에서 유진이와와 A가 자리를 바꾸는 경우가 2가지이므로 총 경우의 수는 $5 \times 120 \times 2 = 1200$ (가지)이다.

총 경우의 수는 $5 \times 120 \times 2 = 1200$ (가지)이다.

20. 1 ~ 9 까지 숫자가 각각 적힌 9 장의 카드에서 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 정수의 개수는?

① 64 개

② 72 개

③ 81 개

④ 100 개

⑤ 120 개

해설

십의 자리에는 1 ~ 9 까지의 숫자 중에서 어느 하나를 뽑아도 되므로 9 가지가 있고, 일의 자리에는 1 ~ 9 까지의 숫자 중에서 십의 자리에서 사용한 하나를 제외한 8가지가 있으므로 모두 $9 \times 8 = 72$ (개)이다.

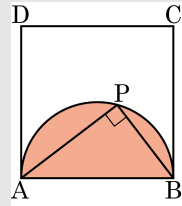
21. 넓이가 1 인 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 정한다. 삼각형 PAB 가 둔각삼각형이 되는 경우의 P 의 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{8}\pi$

해설

점 P 가 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 위에 있을 때, $\angle APB = 90^\circ$ 이므로



위의 그림과 같이 점 P 를 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 안쪽에 잡으면 $\triangle PAB$ 가 둔각삼각형이 된다.

$$\therefore \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{8}\pi$$

- 22.** 최대 4 명까지 탈 수 있는 2 대의 배에 8 명을 나누어 태우는 방법의 가짓수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 70 가지

해설

정원이 4 명인 2 대의 배를 A, B 라 하면

배 A, B 에 8 명이 나누어 타는 경우는 (4명, 4명) 뿐이다.

8명 중 A 배에 탈 4명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70 \text{ (가지) 이다.}$$

나머지 4 명은 배 B 에 타면 되므로 경우의 수는 1 가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 70 가지이다.

23. 강당의 긴 의자에 8명이 앉아 있을 때, 특정한 세 사람이 서로 이웃하여 앉을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{28}$

해설

i) 8명이 의자에 앉는 경우의 수는 $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
ii) 세 사람을 묶어서 생각하면 6명이 의자에 앉을 때의 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
iii) 세 사람의 앉는 위치가 바뀌는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1$

따라서, 구하는 확률은

$$\frac{(3 \times 2 \times 1) \times (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{3}{28}$$

24. 두 개의 주사위 A, B 를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라고 할 때, 방정식 $ax - b = 0$ 의 해가 3일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{18}$

해설

주사위 두 개를 동시에 던지므로 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)

해가 3이므로 $x = 3$ 일 때, $3a - b = 0$ 을 만족해야 하므로 순서쌍으로 나타내면 $(1, 3), (2, 6)$ 의 2가지

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

25. 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드가 있다. 이 중에서 5장의 카드로 네 자리의 정수를 만들 때, 짝수가 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{8}$

해설

0이 포함된 5장의 카드로 만들 수 있는 네 자리의 정수는 $4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ (가지)

짝수가 되려면 일의 자리의 숫자가 0, 2, 4가 되어야 하므로

i) 일의 자리 숫자가 0인 경우

$4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지)이므로 확률은 $\frac{24}{96}$

ii) 일의 자리 숫자가 2인 경우

$3 \times 3 \times 2 = 18$ (가지)이므로 확률은 $\frac{18}{96}$

iii) 일의 자리 숫자가 4인 경우

$3 \times 3 \times 2 = 18$ (가지)이므로 확률은 $\frac{18}{96}$

따라서 구하고자 하는 확률은

$$\frac{24}{96} + \frac{18}{96} + \frac{18}{96} = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}$$

26. 어느 회사에서 생산되는 A, B, C 세 종류의 제품의 불합격률이 아래 표와 같을 때, 세 제품 중 적어도 한 제품은 합격할 확률을 구하여라.

제 품	A	B	C
불합격률(%)	16%	25%	50%

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{49}{50}$

해설

$$\begin{aligned} &1 - (\text{세 제품 모두 불합격할 확률}) \\ &= 1 - \left(\frac{16}{100} \times \frac{25}{100} \times \frac{50}{100} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{50} \\ &= \frac{49}{50} \end{aligned}$$