

2. A, B 두 사람이 같이 일을 하면 6 일 걸리는 일을 A 가 2 일을 일한 후, 나머지를 B 가 14 일을 일하여 끝마쳤다. A 가 혼자서 일을 한다면 며칠이 걸리겠는가?

- ① 9 일 ② 10 일 ③ 12 일 ④ 15 일 ⑤ 20 일

해설

A, B 가 하루 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 a , b 라 하고, 총 일의 양을 1 이라 하면

$$6a + 6b = 1, 2a + 14b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = \frac{1}{9}$, $b = \frac{1}{18}$ 이다.

따라서 A 가 혼자 일하면 9 일이 걸린다.

3. 등산을 하는데 올라갈 때는 시속 2km 의 속력으로 걷고, 내려올 때는 다른 길을 선택하여 올라갈 때보다 2km 짧은 길을 시속 4km 의 속력으로 걸어서 총 5 시간 30 분이 걸렸다. 내려올 때 걸은 거리를 구하여라.

▶ 답: km

▷ 정답: 6km

해설

올라갈 때 거리를 xkm , 내려올 때 거리를 ykm 라 하면

$$\begin{cases} y = x - 2 \cdots \text{㉠} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 5\frac{1}{2} \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉡ $\times 4$ 하면

$2x + y = 22$ 이고 ㉠ 을 $2x + y = 22$ 에 대입하면 $2x + x - 2 = 22$

, $3x = 24$

$\therefore x = 8\text{km}$, $y = 6\text{km}$

\therefore 올라갈 때 거리 8km , 내려올 때 거리 6km

4. 다음 중 연립방정식 $\frac{2x+y-1}{3} = 0.5x + \frac{1}{2}y - 1 = x+y$ 를 만족하는 정수 x, y 와 해가 같은 일차방정식은?

- ① $x+y = -3$ ② $2x+y = -5$ ③ $x-3y = 2$
 ④ $2x-3y = 3$ ⑤ $3x+y = 8$

해설

$$\begin{cases} \frac{2x+y-1}{3} = 0.5x + \frac{1}{2}y - 1 & \dots \textcircled{A} \\ \frac{2x+y-1}{3} = x+y & \dots \textcircled{B} \end{cases} \text{에서 계수를 정수로 만들}$$

어 주기 위해

$$30 \times \textcircled{A}, 3 \times \textcircled{B} \text{ 하면 } \begin{cases} 20x + 10y - 10 = 15x + 15y - 30 & \dots \textcircled{C} \\ 2x + y - 1 = 3x + 3y & \dots \textcircled{D} \end{cases}$$

이고 x 를 소거하기 위해

$\textcircled{C} + 5 \times \textcircled{D}$ 하면 $y = 1$ 이고 이를 대입하면 $x = -3$ 이다.

위에서 구한 해를 $2x+y = -5$ 에 대입하면 $2 \times (-3) + 1 = -5$ 이므로 등식이 성립한다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} a(x+2)+2y=b \\ 3x+2y=6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

괄호를 풀어 정리하면

$$\begin{cases} ax+2y=b-2a \\ 3x+2y=6 \end{cases}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{2}{2} = \frac{b-2a}{6}$$

$$\therefore a=3$$

$$b-6=6 \therefore b=12$$

$$\therefore a+b=3+12=15$$

6. 연립방정식 $\begin{cases} 4x - 3y + 2 = 0 \\ ax - 6y + b = 0 \end{cases}$ 의 해가 없고 $ax - 4y + b = 0$ 의 해가

$x = 2, y = 3$ 일때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② -8 ③ 8 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$\frac{4}{a} = \frac{-3}{-6} \neq \frac{2}{b} \text{에서}$$

$a = 8, b \neq 4$ 이고

$ax - 4y + b = 0$ 의 해가 $x = 2, y = 3$ 이므로

식에 대입하면 $8x - 4y + b = 0$ 에서

$$16 - 12 + b = 0, b = -4$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{8}{-4} = -2$$

7. 어느 학교의 작년의 학생 수는 1100명이었다. 금년에는 작년보다 남학생이 4% 감소하고 여학생은 6% 증가하여 전체 학생 수는 작년보다 16명 증가하였을 때, 금년의 남학생 수는?

- ① 480 명 ② 500 명 ③ 576 명
④ 600 명 ⑤ 636 명

해설

작년 남학생의 수를 x 명, 작년 여학생의 수를 y 명 이라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 1100 \\ -0.04x + 0.06y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1100 \cdots \text{①} \\ -4x + 6y = 1600 \cdots \text{②} \end{cases}$$

① $\times 4 +$ ② 를 하면

$$10y = 6000, y = 600$$

$$x = 500$$

$$\therefore \text{금년의 남학생 수} : 500 - 500 \times 0.04 = 480(\text{명})$$

8. 일차함수 $y = -3x + 6$ 을 y 축의 ㉠ 의 방향으로 ㉡ 만큼 평행 이동시켜서 x 절편의 값을 4만큼 증가시키려고 한다. ㉠, ㉡에 알맞은 것을 차례대로 나열한 것은?

- ① ㄱ: 양, ㄴ: 8 ② ㄱ: 양, ㄴ: -12
③ ㄱ: 양, ㄴ: -8 ④ ㄱ: 음, ㄴ: -12
⑤ ㄱ: 음, ㄴ: 12

해설

$y = -3x + 6$ 의 x 절편은 2이다.
 y 축 방향으로 k 만큼 평행 이동한 함수식은 $y = -3x + 6 + k$ 이므로
 x 절편은 $0 = -3x + 6 + k$, $x = \frac{6+k}{3}$ 이다.
따라서 $2 + 4 = \frac{6+k}{3}$ 이므로
 $k = 12$ 이다.
따라서 양의 방향으로 12만큼 혹은 음의 방향으로 -12만큼 평행 이동시켜야 한다.

9. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 점 $(2, -3)$ 을 지나고, $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = -3$ 이다.
이때, $f(-1) \times f(1)$ 의 값은?

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = -3 \text{에서 기울기는 } -3$$

점 $(2, -3)$ 을 지나므로 $y = -3x + b$ 에 대입하면

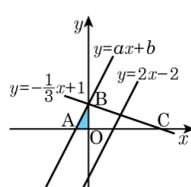
$$-3 = -6 + b \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore y = -3x + 3$$

$$f(-1) = 3 + 3 = 6, f(1) = -3 + 3 = 0$$

$$\therefore f(-1) \times f(1) = 0$$

10. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{3}x + 1$ 의 그래프와 y 축에서 만나고, $y = 2x - 2$ 의 그래프와 평행할 때, $y = ax + b$ 의 그래프와 $\triangle OAB$ 의 넓이는?



- ① $y = -\frac{1}{2}x + 3, 4$ ② $y = \frac{1}{2}x + 3, 3$
 ③ $y = 2x + 1, \frac{1}{4}$ ④ $y = 2x + 1, 1$
 ⑤ $y = 2x + 1, 3$

해설

i) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ 와 $y = ax + b$ 는 y 절편이 같으므로 $b = 1$ 이며, $B(0, 1)$ 이다.

ii) $y = ax + b$ 와 $y = 2x - 2$ 는 기울기가 같으므로 $y = ax + 1$ 에서 $a = 2$

iii) $y = ax + b$ 는 $y = 2x + 1$ 이므로 $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이다

iv) $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$

11. $y = -ax + 5$ 의 그래프는 $y = 4x - 7$ 의 그래프와 평행하고, $3y = bx - 6$ 의 그래프가 $y = 5x - 1$ 의 그래프와 만나지 않을 때, $-\frac{a}{2} + \frac{b}{5}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = -ax + 5$ 와 $y = 4x - 7$ 는 평행하므로 $-a = 4$ 이다. 따라서 $a = -4$ 이다.

$3y = bx - 6$ 의 그래프는 $y = 5x - 1$ 의 그래프와 만나지 않으므로 평행하다.

$3y = bx - 6$, $y = \frac{b}{3}x - 2$ 이므로 $\frac{b}{3} = 5$, $b = 15$ 이다.

따라서 $-\frac{a}{2} + \frac{b}{5} = -\frac{-4}{2} + \frac{15}{5} = 2 + 3 = 5$ 이다.

12. $y = ax - 1$ 을 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 점 $(0, 4)$ 를 지나고, $y = -2x + 1$ 과는 x 축 위에서 만난다고 할 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 3 ② -3 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

$y = ax - 1 + b$ 가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$-1 + b = 4 \quad \therefore b = 5$$

$y = -2x + 1$ 과 x 축 위에서 만나므로 $(\frac{1}{2}, 0)$ 은 $y = ax + 4$ 위에 있다.

$$0 = \frac{1}{2}a + 4 \quad \therefore a = -8$$

13. 일차방정식 $y + 2x - 4 = 0$ 의 그래프가 두 점 A $(1, m)$, B $(n, 6)$ 을 지날 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $m - 2 = 0$
 ㉡ $2 + 2n = 0$
 ㉢ $m - 3n = 6$
 ㉣ $2(m - mn) = -12$
 ㉤ $m - \frac{5}{3}n = \frac{16}{3}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y + 2x - 4 = 0$ 에 A $(1, m)$ 을 대입하면 $m - 2 = 0$
 $y + 2x - 4 = 0$ 에 B $(n, 6)$ 을 대입하면 $2 + 2n = 0$
 따라서 $m = 2$, $n = -1$ 임을 알 수 있고,
 이것을 ㉠, ㉡, ㉢에 각각 대입하면 ㉠ $m - 3n = 5$, ㉡ $2(m - mn) = 8$, ㉢ $m - \frac{5}{3}n = \frac{11}{3}$ 이 된다.

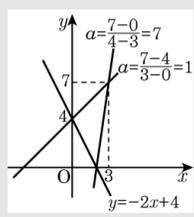
14. 점 (3, 7) 을 지나는 일차함수 $y = ax + b$ 가 $y = -2x + 4$ 와 제 1 사분면에서 만날 때, 상수 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $1 < a < 7$

해설

상수 a 는 일차함수 $y = ax + b$ 의 기울기가 된다. 그래프를 나타내면 다음과 같다.



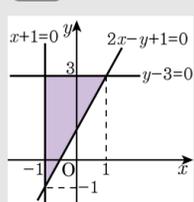
따라서 기울기 a 의 범위는 $1 < a < 7$ 이 되어야 $y = -2x + 4$ 와 제 1 사분면에서 만나게 된다.

15. 세 직선 $2x - y + 1 = 0$, $y - 3 = 0$, $x + 1 = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

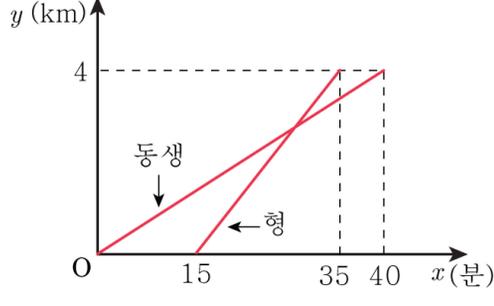
▷ 정답 : 4

해설



삼각형의 넓이는 $2 \times 4 \times \frac{1}{2} = 4$ 이다.

16. 형과 동생이 집에서 4km 떨어진 공원으로 가는데 동생이 먼저 출발하고 형은 15분 후에 출발하였다. 다음 그림은 동생이 출발한 지 x 분 후에 두 사람이 각각 이동한 거리를 y km라고 할 때, x 와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. 동생이 오전 11시에 출발했고 두 사람은 같은 길로 이동할 때, 형과 동생이 만나는 시각은?



- ① 오전 11시 20분 ② 오전 11시 25분
 ③ 오전 11시 28분 ④ 오전 11시 30분
 ⑤ 오전 11시 35분

해설

$$\text{동생 : } y = \frac{1}{10}x$$

$$\text{형 : } y = \frac{1}{5}x - 3$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{5}x - 3 \quad \therefore x = 30$$

따라서 형과 동생은 동생이 출발한 지 30분 후인 오전 11시 30분에 만난다.

17. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $3x + y = 17$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

$(1, 14), (2, 11), (3, 8), (4, 5), (5, 2)$

18. 미지수가 2개인 일차방정식 $\frac{2x+y+3}{2} = \frac{2y-2(x-1)}{3}$ 의 한 해가 $x=k, y=-5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

양변에 6을 곱한다.

$$3(2x+y+3) = 2\{2y-2(x-1)\}$$

$$6x+3y+9 = 4y-4x+4$$

$$10x-y = -5$$

$(k, -5)$ 를 대입하면

$$10k+5 = -5 \quad \therefore k = -1$$

19. 연립방정식 $\begin{cases} 7a - 2(a - b) = 9 \\ \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}(a - b) = -\frac{1}{6} \end{cases}$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $b = 2$

해설

$$\begin{cases} 7a - 2(a - b) = 9 \\ \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}(a - b) = -\frac{1}{6} \end{cases} \text{ 을 간단히 하면}$$

$$\begin{cases} 5a + 2b = 9 \\ 7a - 4b = -1 \end{cases}$$

이것을 풀면 $a = 1, b = 2$ 이다.

20. 네 자리 자연수 $abcd$ 가 있다. 숫자 a 와 c 의 위치를 바꾸고 b 와 d 의 위치를 바꾸면 이 수는 원래 수보다 1089 만큼 커진다. 또, 두 자리 수 cd 에서 1 을 빼면 두 자리 ab 의 두 배와 같다. 이러한 네 자리 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1021

해설

$x = 10a + b$, $y = 10c + d$ 라 가정한다.

네 자리 자연수 $abcd$ 는 $cdab$ 보다 1089 만큼 작으므로

$$100x + y = (100y + x) - 1089$$

$$\therefore y - x = 11$$

또, 두 자리 수 cd 에서 1 을 빼면 두 자리 ab 의 두 배와 같으므로

$$y - 1 = 2x$$

$$\therefore y - 2x = 1$$

따라서 $x = 10$, $y = 21$, 네 자리 자연수는 1021 이다.

22. 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{a}$ 에 대하여, $f^2 = f(f(x)) = 1 - \frac{1}{f(x)}$, $f^3 = f(f^2(x)) = 1 - \frac{1}{f^2(x)}$ 로 정의한다. $f^{99}(a) = \frac{1}{3}$ 일 때, $f^{199}(a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^{99}(a) = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$f^{100}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{3}} = -2,$$

$$f^{101}(a) = 1 - \frac{1}{-2} = \frac{3}{2},$$

$$f^{102}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

$-2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ 의 값을 순환한다.

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$199 \div 3 = 66 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{199}(a) = f^{100}(a) = -2$$

23. 두 함수 $f(x) = -2x + 1$, $g(x) = x - 3$ 에 대하여 $f(2) = a$ 일 때, $g(a)$ 의 값은?

- ① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= -2x + 1, g(x) = x - 3 \text{에서} \\ f(2) &= -2 \times 2 + 1 = -3 \\ g(a) &= g(-3) = -3 - 3 = -6 \end{aligned}$$

24. 일차함수 $y = ax + b$ 는 점 $(5, 3)$ 을 지나고 $\frac{f(m) - f(n)}{m - n} = \frac{2}{5}$ 이다. 이 때, $f(-2) + f(7)$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

기울기 $a = \frac{2}{5}$ 이므로

$y = \frac{2}{5}x + b$ 에 점 $(5, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 2 + b, b = 1$$

$$y = \frac{2}{5}x + 1$$

$$\therefore f(-2) + f(7) = -\frac{4}{5} + 1 + \frac{14}{5} + 1 = 4$$

25. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프는 점 $(1, -4)$ 를 지나고 $y = -\frac{3}{5}x + 3$ 의 그래프와 x 축 위에서 만난다. 이때, 일차함수의 식은?

① $y = 3x + 4$ ② $y = x - 5$ ③ $y = -x + 3$

④ $y = \frac{1}{2}x - 3$ ⑤ $y = \frac{3}{5}x - 3$

해설

$y = ax + b$ 의 그래프는 $y = -\frac{3}{5}x + 3$ 의 그래프와 x 축 위에서 만나므로 x 절편이 서로 같다.

$$0 = -\frac{3}{5}x + 3, \quad \therefore x = 5$$

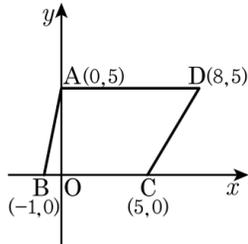
즉, $y = ax + b$ 의 그래프는 두 점 $(5, 0)$, $(1, -4)$ 를 지나므로

$$(\text{기울기}) = \frac{-4 - 0}{1 - 5} = 1, \quad \therefore a = 1$$

$y = x + b$ 에 점 $(5, 0)$ 을 대입하면 $b = -5$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y = x - 5$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 A(0, 5), B(-1, 0), C(5, 0), D(9, 5) 로 이루어진 사각형 ABCD 가 점 B 를 지나는 직선에 의해 나뉜 두 부분의 넓이의 비가 2 : 3 일 때, 이 직선의 방정식을 모두 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

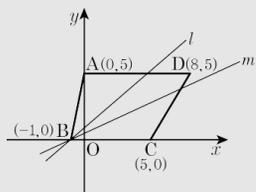
▷ 정답: $y = \frac{25}{33}x + \frac{25}{33}$

▷ 정답: $y = \frac{35}{66}x + \frac{35}{66}$

해설

(사각형 ABCD의 넓이) = $\frac{1}{2} \times (8 + 6) \times 5 = 35$

이 사각형의 넓이를 2 : 3으로 나누는 직선은 다음 그림과 같이 두 개이다.



직선 l 과 \overline{AD} 의 교점을 $L(a, 5)$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times a \times 5 = 35 \times \frac{2}{5} \quad \therefore a = \frac{28}{5}$$

$$\therefore L\left(\frac{28}{5}, 5\right)$$

두 점 C, D를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{5}{3}x - \frac{25}{3} \quad \therefore x = \frac{3}{5}y + 5$$

직선 m 과 \overline{CD} 의 교점을 $M\left(\frac{3}{5}b + 5, b\right)$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 6 \times b = 35 \times \frac{2}{5} \quad \therefore b = \frac{14}{3}$$

$$\therefore M\left(\frac{35}{66}, \frac{14}{3}\right)$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = \frac{25}{33}x + \frac{25}{33}, y = \frac{35}{66}x + \frac{35}{66} \text{ 이다.}$$

27. $x + ay + b = 0$ 의 그래프가 $2x + 8y - 5 = 0$ 의 그래프와 평행하고 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 그래프와 y 축 위에서 만날 때, $y = ax - b$ 의 그래프가 $x - y = 0$ 의 그래프와 만나는 점의 좌표는?

- ① $(-7, -7)$ ② $(4, 4)$ ③ $(-1, -1)$
④ $(2, 2)$ ⑤ $(5, 5)$

해설

i) $x + ay + b = 0$ 과 $2x + 8y - 5 = 0$ 이 평행하므로 $\frac{2}{1} = \frac{8}{a}$, $2a = 8$
 $\therefore a = 4$
ii) $x + ay + b = 0$ 과 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 y 절편이 같으므로
 $-\frac{b}{a} = -\frac{9}{3}$ $\therefore b = 3a = 12$
iii) $y = ax - b$ 에서 $y = 4x - 12 \cdots \text{㉠}$
 $x - y = 0$ 에서 $y = x \cdots \text{㉡}$
㉠ - ㉡을 연립하여 풀면 $x = 4, y = 4$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(4, 4)$