

1. 다음 네 개의 직선이 한 점에서 만날 때, 직선 $y = ax + b$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

$x - 2y = 3, ax + by = 8, ax - by = 2, x - y = 4$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$x - 2y = 3, x - y = 4$ 를 연립하여 풀면 $x = 5, y = 1$ 가 나온다.
따라서 네 직선의 교점은 $(5, 1)$ 이므로 나머지 두 직선에 $(5, 1)$ 을 대입하여 풀면 $a = 1, b = 3$ 이 나온다.
직선 $y = x + 3$ 의 x 절편은 -3 , y 절편은 3 이므로 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는 $3 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ 이다.

2. x, y 에 대한 연립방정식 (가), (나)의 해가 같을 때, $a + b$ 의 값은?

$$(가) \begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ ax + by = 13 \end{cases} \quad (나) \begin{cases} ax - 2by = -2 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases}$$

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases} \quad \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = -1$$

$$x = 2, y = -1 \text{ 을 대입해서 } \begin{cases} 2a - b = 13 \\ 2a + 2b = -2 \end{cases} \quad \text{를 연립하여 풀면}$$

$$a = 4, b = -5$$
$$\therefore a + b = -1$$

3. 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} -x + 2y = -2x - 3 \\ ax - 2y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y = -6 \\ -2x + 3by = -10 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{52}{27}$

해설

$$x + 2y = -3 \cdots \textcircled{1}$$

$$3x + 2y = -6 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 을 하면

$$2x = -3$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

x 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입 :

$$-\frac{3}{2} + 2y = -3$$

$$2y = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}$$

x, y 값을 식에 대입하면

$$a \times \left(-\frac{3}{2}\right) - 2 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 1$$

$$-\frac{3}{2}a + \frac{3}{2} = 1$$

$$-\frac{3}{2}a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

$$-2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 3b \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -10$$

$$3 - \frac{9b}{4} = -10$$

$$-\frac{9b}{4} = -13$$

$$9b = 52$$

$$\therefore b = \frac{52}{9}$$

$$\therefore ab = \frac{1}{3} \times \frac{52}{9} = \frac{52}{27}$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x+xy+y=12 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5} \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여, $x-xy+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$x+y=A, xy=B$ 라 하면,

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}$ 이므로

$$\begin{cases} A+B=12 \\ \frac{A}{B}=\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A+B=12 \\ B=5A \end{cases} \therefore A=2, B=10$$

$x+y=2, xy=10$ 이므로

$$x-xy+y=2-10=-8$$

5. 연립방정식
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 4 \\ \frac{y}{z} + \frac{1}{x} = 5 \end{cases}$$
의 해를 $x = a, y = b, z = c$ 라 할 때,

$12(a - b + c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y, \frac{1}{z} = Z$ 로 치환하면

$$\begin{cases} X + Y = 3 \cdots \textcircled{㉠} \\ Y + Z = 4 \cdots \textcircled{㉡} \\ Z + X = 5 \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

세 식을 변끼리 더하면

$$2(X + Y + Z) = 12, X + Y + Z = 6 \cdots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉡}$ 하면 $X = 2$ 이므로 $Y = 1, Z = 3$

따라서 $\frac{1}{x} = 2$ 에서 $x = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{y} = 1$ 에서 $y = 1$

$\frac{1}{z} = 3$ 에서 $z = \frac{1}{3}$

$$\therefore 12(a - b + c) = -2$$

6. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{3} = 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + 1 = 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ 로 놓고 식을 정리하면

$$\begin{cases} X + 2Y + \frac{1}{3} = 0 \cdots \textcircled{A} \\ 2X + 3Y + 1 = 0 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} \text{ 에서 } Y = \frac{1}{3} = \frac{1}{y} \quad \therefore y = 3$$

이것을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면

$$X - 1 = \frac{1}{x} \quad \therefore x = -1$$

7. 함수 $y = f(x)$ 에서 $f(3x) = 5x - 1$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$f(3x) = 5x - 1 \text{ 에서 } 3x = 3$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore f(3) = 5 \times 1 - 1 = 4$$

8. $f(x) = 2x + a$ 에서 $f(5) = 8$ 일 때, $f(-1) + f(1)$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$f(5) = 2 \times 5 + a = 8$$

$$a = -2$$

$$f(x) = 2x - 2$$

$$f(-1) + f(1) = -4$$

9. $f(x) = ax + 3$ 에서 $f(1) = 1$ 일 때, $f(3) + f(5)$ 의 값은?

① -4

② -6

③ -8

④ -10

⑤ -12

해설

$$f(1) = a + 3 = 1$$

$$a = -2$$

$$f(x) = -2x + 3$$

$$f(3) = -6 + 3 = -3$$

$$f(5) = -10 + 3 = -7$$

$$\therefore f(3) + f(5) = -10$$

10. x, y 가 자연수일 때, 방정식 $\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3}$ 의 해가 $ax+by=5$ 를 만족한다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3}$ 의 양변에 6 을 곱하면

$$3(x+3) = 2(7-y)$$

$$3x+9 = 14-2y$$

$$3x+2y = 5$$

$$x=1, y=1$$

$ax+by=5$ 에 $x=1, y=1$ 을 대입하면 $a+b=5$ 이다.

11. 10 보다 작은 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = a - 2b + 6$ 이라고 할 때, $(a * 4) * 1 = (3 * b)$ 의 해 (a, b) 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$(a - 8 + 6) * 1 = (3 - 2b + 6)$$

$$(a - 2) * 1 = (9 - 2b)$$

$$a - 2 - 2 + 6 = 9 - 2b$$

$$a + 2b = 7$$

$$a = 1 \text{ 일 때, } b = 3$$

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 2$$

$$a = 5 \text{ 일 때, } b = 1$$

따라서 (a, b) 의 개수는 3 개이다.

12. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $3x + y = 17$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$(1, 14), (2, 11), (3, 8), (4, 5), (5, 2)$$

13. $f(x) = ax - 1 - (a - x)$ 가 $f(2) = 3$ 을 만족할 때, $f(2) + f(3) = 2f(b)$ 를 만족하는 b 의 값에 대하여 $4b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$f(x) = (a + 1)x - a - 1$ 이므로 $f(2) = 3$ 에서

$$3 = 2(a + 1) - a - 1$$

$$\therefore a = 2$$

즉, $f(x) = 3x - 3$ 이고

$$f(2) + f(3) = 3 + 6 = 9 \text{이므로}$$

$$2f(b) = 9 \text{에서}$$

$$6b - 6 = 9$$

$$b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore 4b = 10$$

14. 함수 $y = f(x)$ 가 관계식 $y = (x - 2a)(x + 2)$ 로 나타낼 때, $f(2) = 24$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① 12

② 14

③ 15

④ 18

⑤ 20

해설

$x = 2, y = 24$ 를 주어진 식에 대입하면

$$(2 - 2a)(2 + 2) = 24$$

$$2 - 2a = 6, a = -2$$

따라서 $y = (x + 4)(x + 2)$ 가 된다.

$$\therefore f(1) = (1 + 4)(1 + 2) = 15$$

15. 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{a}$ 에 대하여, $f^2 = f(f(x)) = 1 - \frac{1}{f(x)}$, $f^3 = f(f^2(x)) = 1 - \frac{1}{f^2(x)}$ 로 정의한다. $f^{99}(a) = \frac{1}{3}$ 일 때, $f^{199}(a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^{99}(a) = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$f^{100}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{3}} = -2,$$

$$f^{101}(a) = 1 - \frac{1}{-2} = \frac{3}{2},$$

$$f^{102}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{3}{2}} \equiv \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

$-2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ 의 값을 순환한다.

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$199 \div 3 = 66 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{199}(a) = f^{100}(a) = -2$$

16. 일차함수 $y = -3x + a$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프를 y 축의 방향으로 6만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = kx + 11$ 이다. 이때, $a + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

x 축에 대칭인 그래프 $-y = -3x + a$ 를 y 축의 방향으로 6만큼 평행이동시키면

$$y = 3x - a + 6$$

이 그래프는 $y = kx + 11$ 의 그래프와 일치하므로

$$k = 3, -a + 6 = 11, a = -5$$

$$\therefore a + k = -5 + 3 = -2$$

17. 일차함수 $y = -2x + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 $-b$ 만큼 평행이동하면 $y = -2x$ 의 그래프와 겹쳐진다. 이때, $2a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$y = -2(x - a) + 4 - b$$

$$y = -2x + 2a + 4 - b \text{는 } y = -2x \text{와 같으므로}$$

$$\therefore 2a + 4 - b = 0$$

$$\therefore 2a - b = -4$$

18. 일차함수 $y = 4x + a$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = kx - 5$ 이다. 이때, $a + k$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

x 축에 대칭인 그래프 $-y = 4x + a$ 를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면

$$y = -4x - a - 2$$

이 그래프는 $y = kx - 5$ 의 그래프와 일치하므로

$$k = -4, -a - 2 = -5, a = 3$$

$$\therefore a + k = -1$$

19. 좌표평면 위의 점 $A(-p, 0)$, $B(2p, 0)$, $C\left(0, \frac{2}{3}p^2\right)$ 가 이루는 삼각형 ABC 의 넓이가 27 일 때, 선분 BC 와 직선 $y = x + 4$ 의 교점의 좌표를 구하여라. (단, $p > 0$)

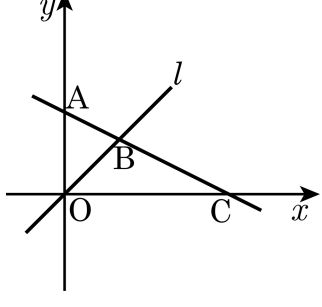
▶ 답 :

▷ 정답 : (1, 5)

해설

점 $A(-p, 0)$, $B(2p, 0)$, $C\left(0, \frac{2}{3}p^2\right)$ 가 이루는 삼각형 ABC 의 넓이가 27 이면
$$\frac{1}{2} \times 3p \times \frac{2}{3}p^2 = 27, \quad p^3 = 27$$
 $p > 0$ 이므로 $p = 3$ 이다.
점 $B(6, 0)$, $C(0, 6)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y = -x + 6$ 이므로
 $y = x + 4$ 와의 교점은 (1, 5) 이다.

20. 다음 그림에서 직선 ℓ 은 $x-y=0$ 의 그래프이다. $\triangle BOC$ 의 넓이가 6이고 점 C의 좌표가 $(6, 0)$ 일 때, $\triangle BOC$ 의 넓이는 $\triangle AOB$ 의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : 배

▷ 정답 : 2 배

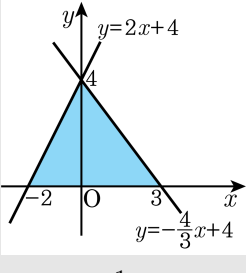
해설

$\triangle BOC$ 의 넓이가 6이므로 점 B의 y 좌표는 2
점 B는 직선 $x-y=0$ 위의 점이므로
 $x-2=0, x=2$
따라서, 점 B의 좌표는 $(2, 2)$
두 점 B, C를 지나는 직선의 방정식을 구하면
(기울기) $= \frac{0-2}{6-2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$
 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 에 점 $(6, 0)$ 을 대입하면
 $0 = -\frac{1}{2} \times 6 + b, b = 3$
점 A는 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 의 y 절편이므로 $(0, 3)$ 이다.
(넓이) $= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$

21. 두 일차함수 $y = 2x + 4$, $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설



(넓이) = $\frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$

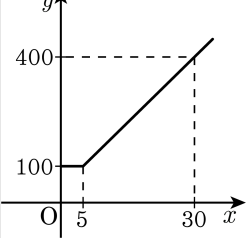
22. 어느 공장에서 장난감 자동차를 생산하는 데 드는 비용을 조사했더니 처음 5개까지는 고정적으로 100 원의 비용이 들고 그 이후에는 개당 12 원의 비용이 든다고 한다. 이 공장에서 하루에 생산 가능한 장난감 자동차의 개수는 30 개이다. 공장에서 하루 동안 만든 장난감 자동차의 개수를 x 개, 만드는 데 드는 비용을 y 원로 하는 식을 좌표평면의 그래프로 나타낼 때, 이 그래프와 x 축, $x = 30$ 이 이루는 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6750

해설

(1) $0 \leq x \leq 5$ 일 때, $y = 100$
 (2) $5 < x \leq 30$ 일 때, $y = 100 + 12(x - 5)$
 $\therefore y = 12x + 40$
 이 그래프와 x 축과 $x = 30$ (x 의 최대값) 이루는 도형은 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는 $5 \times 100 + \frac{1}{2} \times \{(100 + 400) \times 25\} = 6750$ 이다.

23. 전국에서 생산되는 일주일 동안의 사과 수확량과 P 할인 마트의 사과 한 개당 가격을 조사했더니 일주일 동안의 사과 수확량 160 톤일 때 사과는 개당 1200 원이었고 110 톤일 때는 1500 원이었다. 일주일 동안 사과 수확량이 x 톤일 때, 사과의 개당 가격 y 를 x 에 관한 식을 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -6x + 2160$

해설

사과수확량이 160 톤에서 110 톤으로 줄어들 때 사과의 가격은 1200 원에서 1500 원으로 증가한다.

따라서 사과수확량의 변화에 따른 가격의 변화를 나타내는 함수를 좌표평면에 그릴 때,

x 축을 사과수확량의 변화, y 축을 가격의 변화라 하면 직선의 방정식은

$$y - 1200 = \frac{1500 - 1200}{110 - 160}(x - 160)$$

$$\therefore y = -6x + 2160$$

따라서 사과 수확량이 x 톤일 때, P 할인마트 사과의 개당 가격 y 원이라면

y 를 x 에 관한 식으로 나타내면 $y = -6x + 2160$ 이다.

24. 540 g의 가스를 계속하여 3 시간 연소시키면 가스가 완전히 소모된다고 한다. x 분 동안 연소시키고 남은 가스의 무게를 y g 이라고 할 때, 가스의 무게가 330 g 이 될 때의 x 의 값은?

① 30 분

② 50 분

③ 70 분

④ 90 분

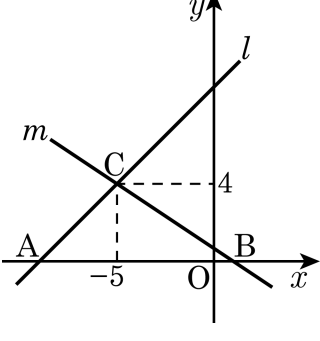
⑤ 110 분

해설

$$y = -3x + 540 \text{ 에서 } 330 = -3x + 540$$

$$3x = 210 \quad \therefore x = 70$$

25. 다음 그림에서 직선 ℓ, m 의 기울기는 각각 $1, -\frac{2}{3}$ 이고, 교점의 좌표가 $C(-5, 4)$ 이다. ℓ, m 이 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10
- ② 20
- ③ 30
- ④ 40
- ⑤ 50

해설

$\ell : y = x + b$ 에 점 $(-5, 4)$ 를 대입하면
 $4 = -5 + b$ 에서 $b = 9$
 $\therefore y = x + 9$
점 A는 이 식의 x 절편이므로 $y = 0$ 일 때,
 $0 = x + 9 \quad \therefore x = -9$
 $m : y = -\frac{2}{3}x + c$ 에 점 $(-5, 4)$ 를 대입하면
 $4 = \frac{10}{3} + c$ 에서 $c = -\frac{2}{3}$
 $\therefore y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$
점 B는 이 식의 y 절편이므로 $y = 0$ 일 때,
 $0 = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$ 에서 $\therefore x = 1$
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-9)\} \times 4 = 20$

26. 좌표평면 위에 두 점 A(4, 3), B(1, 2) 가 있다. x 축 위의 한 점 P 를 잡아 삼각형 ABP 의 둘레의 길이가 최소가 되게 하는 점 P 의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $P\left(\frac{11}{5}, 0\right)$

해설

삼각형 ABP 에서 $\overline{AB}$ 의 길이는 일정하므로 둘레의 길이가 최소가 되려면 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되어야 한다.

점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $\overline{AP} = \overline{A'P}$

이므로 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $\overline{A'B}$ 와 같다.

즉, 점 P 는 $\overline{A'B}$ 가 x 축과 만나는 점이다.

점 A'(4, -3) 과 점 B(1, 2) 를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$$y + 3 = \frac{2 + 3}{1 - 4}(x - 4)$$

$$\therefore y = -\frac{5}{3}x + \frac{11}{3}$$

따라서 이 직선의 x 절편은 $\frac{11}{5}$ 이므로 $P\left(\frac{11}{5}, 0\right)$ 이다.

27. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 3)$, $B(3, 6)$ 에 대하여, 점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 B 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라 할 때, 삼각형 $OA'B'$ 의 넓이를 이등분하는 직선 중, 점 B' 을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -3x - 3$

해설

$A'(-1, -3)$, $B'(-3, 6)$

구하는 직선이 점 B' 와 $\overline{OA'}$ 의 중점 $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ 을 지나면 삼각형 $OA'B'$ 의 넓이를 이등분된다.

따라서 두 점 $(-3, 6)$ 과 $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -3x - 3$ 이다.