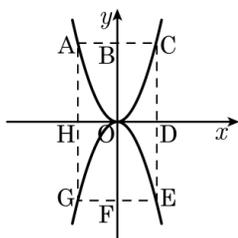


1. 다음 그림과 같이 $y = x^2$, $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 옳은 것을 모두 골라라.



- ㉠ $\overline{AB} = \overline{EF}$ ㉡ $\overline{BO} = \overline{BC}$ ㉢ $\overline{BO} = \overline{FO}$
 ㉣ $\overline{AH} = \overline{DE}$ ㉤ $\overline{HG} = \overline{FE}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉤

해설

$y = x^2$, $y = -x^2$ 의 그래프는 각각 y 축에 대하여 대칭이고 두 그래프가 서로 x 축에 대하여 대칭이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{GF} = \overline{FE}$, $\overline{AH} = \overline{HG} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{BO} = \overline{FO}$ 이다.

2. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

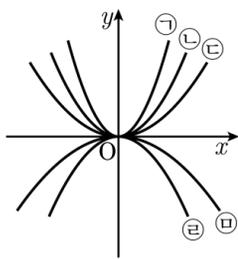
④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

3. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. ㉠ ~ ㉣ 중 a 의 값이 가장 작은 것을 골라라.



▶ 답 :

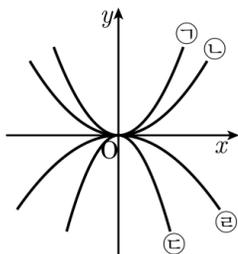
▷ 정답 : ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다

㉠ > ㉡ > ㉢ > 0 > ㉣ > ㉤

4. 다음 그림은 $y = ax^2$ 의 그래프이다. a 의 값이 가장 작은 것을 찾아라.



▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁다. 따라서, a 의 값이 가장 작은 것은 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 그래프이다.

5. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x=2$ 일 때 $y=12$ 이다. x 의 값이 1에서 4까지 3만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하면?

① 42 ② 43 ③ 44 ④ 45 ⑤ 46

해설

$$y = ax^2, f(2) = 12 \text{ 이므로}$$

$$12 = a \times 2^2, a = 3$$

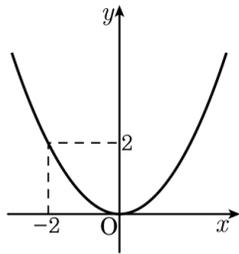
$$y = 3x^2$$

$$f(1) = 3 \times 1^2 = 3$$

$$f(4) = 3 \times 4^2 = 48$$

$$\therefore 48 - 3 = 45$$

6. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



- ① $y = \frac{1}{4}x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = \frac{3}{4}x^2$
④ $y = \frac{3}{2}x^2$ ⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a \times (-2)^2, \quad 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

7. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 3)$, $(k, 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단, $k < 0$)

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$y = ax^2$ 에 $(-1, 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.
따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k, 12)$ 를 지나므로
 $12 = 3 \times k^2$, $k^2 = 4$
따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

8. $y = ax^2$ 일 때, $x = 3$ 일 때, $y = -18$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

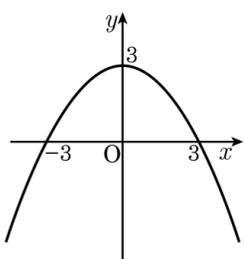
해설

$$-18 = a \times 3^2$$

$$-18 = 9a$$

$$\therefore a = -2$$

9. 다음의 그림과 같은 이차함수의 그래프의 식은?



- ① $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$ ② $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ ③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$
④ $y = \frac{1}{3}x^2 + 3$ ⑤ $y = -x^2 + 3$

해설

$y = ax^2 + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 9a + 3, a = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$$

10. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 (-1, 3) 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y = (x-1)^2 + 3$

② $y = (x+1)^2 + 3$

③ $y = x^2 + 2$

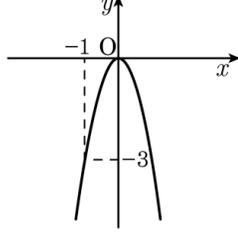
④ $y = x^2 + 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 (-1, 3) 을 지나므로 $3 = a \times (-1)^2, a = 3$
 $\therefore y = 3x^2$

11. 다음 그림과 같은 그래프가 나타내는 이차함수의 식은?



- ① $y = -3x^2$ ② $y = -x^2$ ③ $y = 3x^2$
④ $y = \frac{1}{3}x^2$ ⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $(-1, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a \times (-1)^2$, $a = -3$
 $\therefore y = -3x^2$

12. 다음 이차함수 중 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y = x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = \frac{4}{9}x^2$

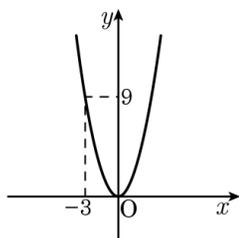
④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

13. 다음 그림의 이차함수의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



- ① $y = -3x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -\frac{1}{3}x^2$
④ $y = -x^2$ ⑤ $y = -\frac{1}{9}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에 $(-3, 9)$ 를 대입하면 $a = 1$ 이다.
따라서 $y = x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는 $y = -x^2$ 이다.

14. 다음 이차함수의 그래프 중에서 x 축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

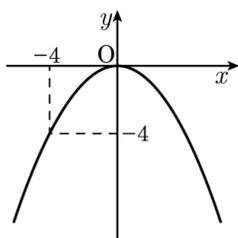
| | | |
|---------------|-------------------------|-------------------------|
| ㉠ $y = -2x^2$ | ㉡ $y = -\frac{1}{3}x^2$ | ㉢ $y = -\frac{1}{6}x^2$ |
| ㉣ $y = -3x^2$ | ㉤ $y = \frac{1}{6}x^2$ | ㉥ $y = 2x^2$ |

- ① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉣, ㉥

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.
따라서 ㉠, ㉥ 또는 ㉢, ㉤이다.

15. 다음 그림의 이차함수의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



- ① $y = -3x^2$ ② $y = \frac{1}{4}x^2$ ③ $y = -\frac{1}{3}x^2$
④ $y = -2x^2$ ⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$$y = ax^2 \text{ 에 } (-4, -4) \text{ 를 대입하면 } a = -\frac{1}{4}$$

따라서 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ 이다.}$$

16. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

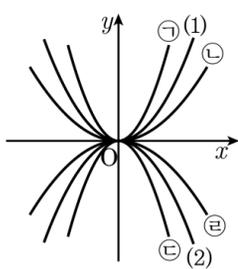
④ $y = x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다. 따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 폭이 가장 넓다.

17. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이고, $y = x^2 \dots (1)$, $y = -x^2 \dots (2)$ 이다. 이 때, $y = -\frac{3}{5}x^2$ 의 그래프로 적당한 것은?



▶ 답:

▷ 정답: ㉤

해설

위로 볼록하고, $y = -x^2$ 보다 폭이 넓다.

18. 다음 <보기>의 이차함수 그래프 중 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 차례대로 적은 것으로 옳은 것은?

보기

㉠ $y = \frac{1}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{3}x^2$

㉢ $y = 2x^2$

㉣ $y = -5x^2$

① ㉡, ㉢, ㉠, ㉣

② ㉡, ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉠, ㉣, ㉡

⑤ ㉢, ㉣, ㉡, ㉠

해설

$y = ax^2$ 에서 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

19. 아래 이차함수의 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나타내어라.

㉠ $y = 2x^2$

㉡ $y = -5x^2$

㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$

㉣ $y = -x^2$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉢

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

20. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 포물선은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = -3x^2$

③ $y = x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 절댓값이 큰 것을 찾는다.

21. 다음 포물선을 폭이 가장 넓은 것과 가장 좁은 것을 순서대로 쓴 것을 고르면?

| | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| $\text{㉠ } y = 2x^2$ | $\text{㉡ } y = \frac{4}{3}x^2$ |
| $\text{㉢ } y = \frac{1}{2}x^2$ | $\text{㉣ } y = \frac{3}{4}x^2$ |

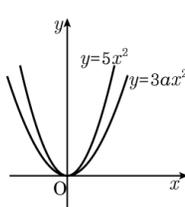
- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉠ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉠

해설

이차항의 계수의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁아진다.

22. 이차함수 $y = 3ax^2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > \frac{5}{3}$ ② $0 < a < \frac{5}{3}$
③ $a = \frac{5}{3}$ ④ $0 < a < 1$
⑤ $1 < a < \frac{5}{3}$

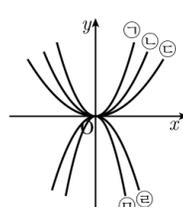


해설

$0 < 3a < 5$ 이므로
 $\therefore 0 < a < \frac{5}{3}$

23. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 값이 가장 큰 것은?

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉣ ⑤ ㉤



해설

$a > 0$ 이고 y 축에 가까울수록 값이 크다.

24. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 원점이 꼭짓점이다.
- ② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

25. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 직선 $y = 0$ 을 축으로 한다.

② $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

③ $a > 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{3}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

④ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

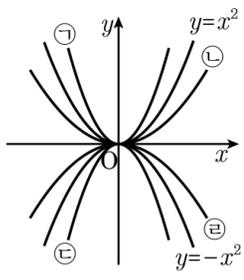
⑤ $a > 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

해설

① 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.

④ 꼭짓점의 좌표 : $(0, 0)$

26. 다음 그림에서 $y = -2x^2$ 에 해당하는 그래프는?



▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

위로 볼록하고, $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

27. 다음 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = 2x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = -\frac{1}{3}x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ④ $y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $y = \frac{5}{2}x^2$ 의 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

$y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

28. 다음은 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
- ② y 축에 대칭인 포물선이다.
- ③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ⑤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점은 $(0, 0)$
- ④ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$

29. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

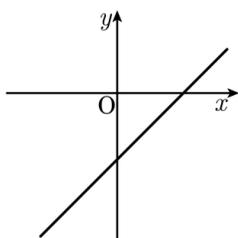
▷ 정답 : $a = 9$

해설

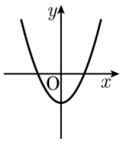
$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

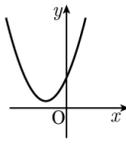
30. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?



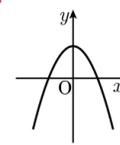
①



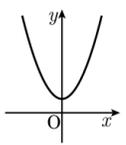
②



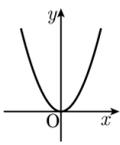
③



④



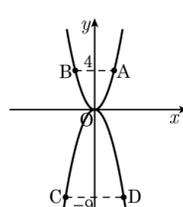
⑤



해설

$y = ax + b$ 그래프에서 $a > 0, b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2 + a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

31. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 점 A 와 점 B, 점 C 와 점 D 사이의 거리를 차례대로 써라.



▶ 답 :

▶ 답 :

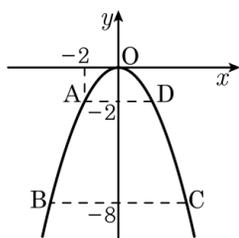
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

점 A, B 는 y 의 값이 4 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 2, -2 이다. 따라서 점 A, B 사이의 거리는 4이다. 점 C, D 는 y 의 값이 -9 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 -3, 3 이다. 따라서 점 C, D 사이의 거리는 6 이다.

32. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-2, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = 4a, a = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \pm 4$$

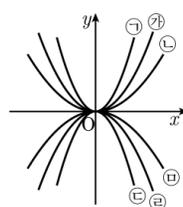
$$y = -\frac{1}{2}x^2, y = -8$$

$$A(-2, -2), B(-4, -8)$$

$$C(4, -8), D(2, -2)$$

$$(\square ABCD \text{의 넓이}) = (8 + 4) \times (8 - 2) \times \frac{1}{2} = 36$$

33. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉓는 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



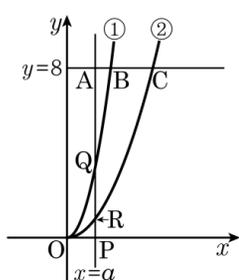
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉔

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉓ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다.
따라서 ㉔이다.

34. 다음 그림은 이차함수 $y = 2x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{2}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. 직선 $y = 8$ 이 y 축 및 곡선 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 와 점 A, B, C에서 만나고 $x = a$ 가 x 축 및 곡선 $\textcircled{2}$, $\textcircled{1}$ 과 점 P, R, Q에서 만날 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ 와 $\frac{\overline{QR}}{\overline{PR}}$ 의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\text{i) } 8 = 2x^2, x^2 = 4 \quad x > 0 \text{ 이므로 } x = 2$$

$$8 = \frac{1}{2}x^2, x^2 = 16 \text{ 에서 } x > 0 \text{ 이므로 } x = 4$$

$$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{2}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$$

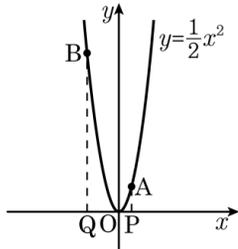
$$\text{ii) } \overline{PR} = \frac{1}{2}a^2, \overline{PQ} = 2a^2,$$

$$\overline{QR} = 2a^2 - \frac{1}{2}a^2 = \frac{3}{2}a^2$$

$$\therefore \frac{\overline{QR}}{\overline{PR}} = \frac{\frac{3}{2}a^2}{\frac{1}{2}a^2} = 3$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} + \frac{\overline{QR}}{\overline{PR}} = 1 + 3 = 4$$

35. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A, B에 대하여 A의 좌표는 (4, 8)이고, B의 x 좌표는 음수이다. 점 A, B에서 각각 x 축에 수선 \overline{AP} , \overline{BQ} 를 그으면 $\overline{AP} : \overline{BQ} = 4 : 25$ 가 된다. 이 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AP} : \overline{BQ} = 4 : 25$ 에서 점 A의 y 좌표는
 $4 : 25 = 8 : y$
 $\therefore y = 50$ 따라서, 점 B의 y 좌표는 50이다.
 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 $y = 50$ 을 대입하면 $50 = \frac{1}{2}x^2, x^2 = 100, x < 0$ 이므로
 $x = -10$ 이 되고 점 B의 x 좌표는 -10 이다.
따라서 $\overline{QO} = 10, \overline{PO} = 4$ 이므로 $\overline{PQ} = 14$ 이다.