

1. 이차방정식  $3x^2 + 5x - 1 = 0$  의 근이  $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{6}$  일 때,  $A + B$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \text{ 이므로 } A = -5, B = 37$$

$$\therefore A + B = 32$$

2. 이차방정식  $x^2 + 2x + a + 3 = 0$  이 서로 다른 두 근을 갖도록  $a$  의 값의 범위를 정하여라.

①  $a < -1$

②  $a < -2$

③  $a > -1$

④  $a > -2$

⑤  $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

3. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 5

**해설**

연속한 두 홀수를  $x, x+2$  라고 하면

$$(x+2)^2 + x^2 = 34$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x+5)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 연속한 두 홀수는  $x = 3$  일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

4. 근의 공식을 이용하여 이차방정식  $9x^2 - 6x - 1 = 0$  의 근을 구하면?

①  $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$       ②  $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$       ③  $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$   
④  $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$       ⑤  $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 9(-1)}}{9} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{9} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$$

5. 근의 공식을 이용하여 이차방정식  $x^2 + 4x - 2 = 0$  을 풀면?

- ①  $x = 2 \pm \sqrt{6}$       ②  $x = -2 \pm \sqrt{2}$       ③  $x = -2 \pm \sqrt{6}$   
④  $x = 2 \pm \sqrt{2}$       ⑤  $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

6. 이차방정식  $0.1x^2 = 1 - 0.3x$  의 해를 구하면?

①  $x = 2$  또는  $x = 5$

②  $x = 2$  또는  $x = -5$

③  $x = -1$  또는  $x = 5$

④  $x = -1$  또는  $x = -3$

⑤  $x = 1$  또는  $x = -3$

해설

$$0.1x^2 = 1 - 0.3x$$

각 항에 10 을 곱하여 정리하면

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

7.  $(x+y)(x+y-3)-28=0$  일 때,  $x+y$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $x+y=7$

▷ 정답:  $x+y=-4$

해설

$x+y=A$  라고 하면

$A(A-3)-28=0$

$A^2-3A-28=0$

$(A-7)(A+4)=0$

$\therefore x+y=7$  또는  $x+y=-4$

8. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ①  $b^2 - ac > 0$  이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ②  $b^2 - ac = 0$  이면 근이 없다.
- ③  $b^2 - 4ac < 0$  이면 2 개의 다른 실근을 가진다.
- ④  $b = 0$  이면 중근을 가진다.
- ⑤  $b^2 - 4ac > 0$  이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$  이면 서로 다른 2 개의 실근을 가지고  $b^2 - 4ac = 0$  이면 중근을 가지고,  $b^2 - 4ac < 0$  이면 근이 없다.

9. 이차방정식  $x^2 + 2mx + 3m = 0$  이 중근을 가질 때,  $m$  의 값과 근을 구하여라. (단,  $m \neq 0$ )

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $m = 3$

▷ 정답:  $x = -3$

해설

$x^2 + 2mx + 3m = 0$  이 완전제곱식이 되어야하므로

$$\left(\frac{2m}{2}\right)^2 = 3m, \quad m(m-3) = 0$$

$\therefore m = 0$  또는  $m = 3$

그런데  $m \neq 0$  이므로  $m = 3$

주어진 이차방정식은  $(x+3)^2 = 0$  이므로

$x = -3$

10. 이차방정식  $x^2 + 3x + 1 - k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는  $k$ 의 값의 개수는?

-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4

- ① 2개    ② 3개    ③ 4개    ④ 5개    ⑤ 7개

해설

$$D = 3^2 - 4(1 - k) > 0$$

$$9 - 4 + 4k > 0, k > -\frac{5}{4}$$

$$\therefore k = -1, 0, 1, 3, 4$$

$\therefore$  5개

11.  $n$  각형의 대각선의 수가  $\frac{n(n-3)}{2}$  개일 때, 대각선이 27개인 다각형은?

- ① 육각형                      ② 칠각형                      ③ 팔각형  
④ 구각형                      ⑤ 십각형

해설

$$\begin{aligned}\frac{n(n-3)}{2} &= 27 \text{이므로} \\ n^2 - 3n - 54 &= 0 \\ (n-9)(n+6) &= 0 \\ n > 0 \text{이므로 } n &= 9\end{aligned}$$

12. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

- ①  $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$       ②  $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$       ③  $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$   
④  $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$       ⑤  $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을  $x\text{cm}$  라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$  이므로  $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$  이다.

13. 다음은 이차방정식  $ax^2 + 2bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단,  $b^2 - ac \geq 0$ )

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ①  $\frac{b^2}{a^2}$                       ②  $\frac{b}{a}$                       ③  $\frac{b^2 - ac}{a^2}$   
 ④  $-\frac{b}{a}$                       ⑤  $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을  $a$ 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에  $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.



15. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

①  $2x^2 + 5x - 2 = 0$

②  $3x^2 + 7x - 2 = 0$

③  $2x^2 - 3x - 1 = 0$

④  $x^2 + 2x + 4 = 0$

⑤  $(x-2)^2 = 6$

해설

④  $\frac{D}{4} = 1 - 1 \times 4 < 0$ : 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

16. 다음 이차방정식이 증근을 가질 때, 상수  $a$  의 값 중 작은 값은?

$$16x^2 + 4ax + 2a - 3 = 0$$

- ① 2      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(4a)^2 - 4 \times 16(2a - 3) &= 0 \\ a^2 - 8a + 12 &= 0 \\ a &= 2, 6 \\ \therefore a \text{ 의 값 중 작은 값은 } 2 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

17. 다음 이차방정식이 증근을 가질 때, 상수  $m$  의 값은? (단,  $m > 0$ )

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$$

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2mx + m + 2 = 0$$

$$D = (2m)^2 - 4(m + 2) = 0$$

$$4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$m = 2 \text{ 또는 } m = -1$$

따라서  $m = 2$  이다. ( $\because m > 0$ )

18. 이차방정식  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$  이 해를 1 개 가질 때  $m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D = 4(m+1)^2 - 4(m^2 + 5) = 0$$

$$m^2 + 2m + 1 - m^2 - 5 = 0$$

$$2m - 4 = 0$$

$$\therefore m = 2$$

19. 이차방정식  $x^2 + k(4x + 1) + 3 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하여라. (단,  $k > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 1개이므로  $x^2 + 4kx + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.

따라서  $D = (4k)^2 - 4(k + 3) = 0$ 이다.

$$4k^2 - k - 3 = 0$$

$$(4k + 3)(k - 1) = 0$$

$k > 0$ 이므로  $k = 1$

20. 이차방정식  $2x^2 - 8x + 1 + k = 0$  이 중근을 가질 때,  $k$  의 값은?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - 2 - 2k = 0, k = 7$$

21. 자연수 1 부터  $n$  까지의 합이 136 이다.  $n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

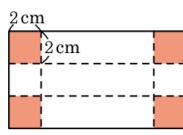
$$\frac{n(n+1)}{2} = 136 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 272 = 0$$

$$(n-16)(n+17) = 0$$

$$\therefore n = 16 \text{ (} n \text{ 은 자연수)}$$

22. 가로가 세로보다 5 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 그림과 같이 한 변이 2cm 인 정사각형을 잘라 부피가  $28 \text{ cm}^3$  인 상자를 만들었다. 처음 직사각형 모양의 종이의 넓이를 구하여라.



▶ 답:  $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답:  $66 \text{ cm}^2$

**해설**

세로의 길이 :  $x \text{ cm}$ , 가로의 길이 :  $x + 5 \text{ cm}$  라고 하면,  
 $2(x - 4)(x + 5 - 4) = 28$   
 $2x^2 - 6x - 8 - 28 = 0$   
 $x^2 - 3x - 18 = 0$   
 $(x - 6)(x + 3) = 0$ ,  $x = 6$   
 따라서 처음 직사각형의 넓이는  $x(x + 5) = 6(6 + 5) = 66(\text{cm}^2)$  이다.

23. 기호  $[a]$  는  $a$  의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면  $[1.2] = 1$ ,  $[\sqrt{5}] = 2$  이다. 이차방정식  $x^2 - 4x - 7 = 0$  의 근 중 양수인 것을  $a$  라 할 때,  $(a - [a] + 3)^2$  의 값을 구하면?

- ① 5      ② 7      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

해설

$$x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

$$\text{따라서 양수인 근 } a \text{ 는 } 2 + \sqrt{11}$$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\therefore (a - [a] + 3)^2 = (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ = (\sqrt{11})^2 = 11$$

24. 이차방정식  $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때,  $\alpha - \beta$  의 값은? (단,  $\alpha < \beta$ )

- ①  $\frac{10}{3}$     ②  $-\frac{8}{3}$     ③  $-1$     ④  $3$     ⑤  $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x-1)(2x+3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

25.  $(x+y+4)(x+y) = 12$  일 때,  $x+y$  의 값의 합을 구하면?

- ① 2      ② -4      ③ -6      ④ -8      ⑤ 10

해설

$A = x+y$ 라 하면  
 $(A+4)A = 12$   
 $A^2 + 4A - 12 = 0$   
 $(A-2)(A+6) = 0$   
 $\therefore A = 2$  또는  $A = -6$   
따라서  $x+y$ 의 값의 합은  $2 + (-6) = -4$ 이다.

26. 이차방정식  $x^2 + 2x - k = 0$  이 서로 다른 두 실근을 가질 때,  $kx^2 + 4x - 1 = 0$  의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단,  $k \neq 0$ )

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 없다.
- ④  $k$  의 값에 따라 달라진다.
- ⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

**해설**

$x^2 + 2x - k = 0$  이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식)  $> 0$  이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식  $kx^2 + 4x - 1 = 0$  에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식  $kx^2 + 4x - 1 = 0$  은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

27. 서로 다른 실수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b + c = 0$  일 때, 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

**해설**

방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 판별식  $D = b^2 - 4ac$  에  $b = -a - c$  를 대입하면  $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$   $a \neq c, a - c \neq 0$  이므로  $(a - c)^2 > 0$  이다. 따라서 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

28. 이차방정식  $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

이차방정식  $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로  $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

29.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이  $k$  값에 관계없이 중근을 가질 때,  $8ab$ 의 값은?

- ① -2      ② 2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

$k$ 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

30. 12월 중 3일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?

- ① 12월 3일      ② 12월 4일      ③ 12월 5일  
④ 12월 6일      ⑤ 12월 7일

해설

눈이 내린 날의 날짜를  $x-1$ ,  $x$ ,  $x+1$ 이라고 하면

$$(x-1)^2 = x + (x+1)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$x > 0$  이므로  $x = 4$  (일)

따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12월 3일이다.



32. 이차방정식  $x^2 + px + q = 0$  의 두 근이 연속하는 정수이고,  $q$  가 소수일 때,  $p + q$  의 값을 구하여라. (단  $p$  는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 근을  $\alpha, \alpha + 1$  ( $\alpha$  는 정수) 이라 하면

$$\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p,$$

$$\alpha = \frac{-p-1}{2} \dots \textcircled{1}$$

$$\alpha(\alpha + 1) = q \dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하여

$$\text{정리하면 } p^2 - 4q = 1 \dots \textcircled{3}$$

③으로부터  $q$  는 짝수가 됨을 알 수 있고  $q$  는 소수이므로  $q = 2$

$q = 2$  를 ③에 대입하면 자연수  $p = 3$

$$\therefore p = 3, q = 2$$

$$\therefore p + q = 3 + 2 = 5$$

33. 다음 두 식을 만족하는 정수  $a, b$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3(a+b)^2 + 5(a+b) = 2 \\ 5(a-b)^2 - 29(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

▷ 정답:  $b = -4$

해설

$$(i) 3(a+b)^2 + 5(a+b) = 2$$

$a+b = A$ 로 놓으면

$$3A^2 + 5A - 2 = 0$$

$$(3A-1)(A+2) = 0$$

$$\therefore A = \frac{1}{3} \text{ 또는 } A = -2$$

$a, b$ 는 정수이므로  $a+b = -2$

$$(ii) 5(a-b)^2 - 29(a-b) = 6$$

$a-b = B$ 로 놓으면

$$5B^2 - 29B - 6 = 0$$

$$(5B+1)(B-6) = 0$$

$$\therefore B = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } B = 6$$

$a, b$ 는 정수이므로  $a-b = 6$

(i), (ii)에서

$$a+b = -2$$

$$+ ) a-b = 6$$

$$\hline 2a = 4$$

$$\therefore a = 2, b = -4$$

34. 다음 식의 값을 구하여라.

$$3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \dots}}}$$

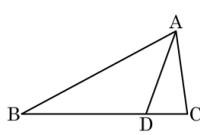
▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

주어진 식을  $x$  라 하면  
 $x = 3 + 2\sqrt{x}$ ,  $\sqrt{x} > 0$  이므로  $x > 3$   
 $x - 3 = 2\sqrt{x}$  의 양변을 제곱하면  
 $x^2 - 6x + 9 = 4x$   
 $x^2 - 10x + 9 = 0$   
 $(x - 1)(x - 9) = 0$   
 $\therefore x = 1$  또는  $x = 9$   
 $\therefore x > 3$  이므로  $x = 9$

35. 다음 그림에서  $\angle ABC = \angle CAD$ ,  $\overline{BC} = 8\text{cm}$  이고 선분 AC 의 길이는 선분 CD 의 길이의 2 배일 때, 선분 CD 의 길이를 구 하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\angle ABC = \angle CAD$ ,  $\angle C$  는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle DAC$  (AA 닮음)

따라서 닮음비에 의해  $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{AC}$  의 비례식이 성립한다.

$\overline{CD} = x$  라 놓으면

$$2x : 8 = x : 2x$$

$$4x^2 = 8x, x^2 - 2x = 0$$

따라서  $x = 2$  이다.