

1. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 2 와 -1 일 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$3(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$3(x^2 - x - 2) = 0$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\therefore b = -3, c = -6$$

$$\therefore bc = 18$$

2. $f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2}$ 일 때, $f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{10}{11}$ ④ $\frac{10}{99}$ ⑤ $\frac{20}{99}$

해설

$$\begin{aligned}f(a) &= \frac{a^2 - 1}{a^2} = \frac{a - 1}{a} \cdot \frac{a + 1}{a} \text{ } \circ\text{므로} \\f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99) &= \frac{9}{10} \cdot \frac{11}{10} \times \frac{10}{11} \cdot \frac{12}{11} \times \frac{11}{12} \cdot \frac{13}{12} \times \cdots \times \frac{98}{99} \cdot \frac{100}{99} \\&= \frac{9}{10} \times \frac{100}{99} \\&= \frac{10}{11}\end{aligned}$$

3. $x - 1 = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 1}$ 의 값은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2 + \sqrt{3}$
④ $3 + \sqrt{3}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} x - 1 &= \sqrt{3} \quad \text{이면 } x = 1 + \sqrt{3} \\ \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 1} &= \frac{x^2(x - 1) - (x - 1)}{(x - 1)^2} \\ &= \frac{(x - 1)(x^2 - 1)}{(x - 1)^2} \\ &= \frac{(x - 1)(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)^2} \\ &= x + 1 \\ &= 1 + \sqrt{3} + 1 \quad (\because x = 1 + \sqrt{3}) \\ &= 2 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

4. $a + b = -1$, $(a + 1)(b + 1) = -12$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$$

- Ⓐ -25 Ⓑ -24 Ⓒ -23 Ⓓ -22 Ⓔ -21

해설

$$\begin{aligned}(a+1)(b+1) &= ab + (a+b) + 1 = -12 \\ a+b &= -1 \text{ 이므로 } ab = -12 \\ a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \\ &= a^2(a+b) + b^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2) \\ &= (a+b)\{(a+b)^2 - 2ab\} \\ &= (-1) \\ &\quad \times \{(-1)^2 - 2 \times (-12)\} \\ &= (-1) \times 25 = -25\end{aligned}$$

5. 두 다항식 $x^2 - 4x + a$, $2x^2 - bx - 9$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 이라 할 때, 나머지 인수들의 합을 구하면?

- ① $x - 2$ ② $\textcircled{3} x + 2$ ③ $2x - 3$
④ $2x + 1$ ⑤ $-x - 1$

해설

$$x^2 - 4x + a = (x - 3)(x + k) = x^2 + (k - 3)x - 3k \text{ 이다.}$$

따라서 $k - 3 = -4$, $k = -1$, $a = -3k = 3$ 이므로

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) \text{ 이다.}$$

$$2x^2 - bx - 9 = (x - 3)(2x + m)$$

$$= 2x^2 + (m - 6)x - 3m \text{ 이다.}$$

따라서 $-3m = -9$, $m = 3$, $m - 6 = -b$, $b = 3$ 이므로

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3) \text{ 이다.}$$

나머지 인수들의 합은 $(x - 1) + (2x + 3) = 3x + 2$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 한 근 일 때, a 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 6)(x + 2) = 0$ 이다.

$x = 6, -2$

음수의 근 -2 가 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 근이므로

$$(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

7. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

- ① $\pm\sqrt{5}$ ② ± 4 ③ ± 1 ④ 2 ⑤ -4

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4$$

$$= 1 + 4$$

$$= 5$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 1 \times (\pm\sqrt{5}) = \pm\sqrt{5}$$

8. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 2 또는 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -20 ② -15 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$3(x-2)(x-3) = 0$$

$$3(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$3x^2 - 15x + 18 = 0$$

$$a = -15, b = 18$$

$$a + b = 3$$

9. $30 \left(\frac{2^2 - 1}{2^2} \right) \left(\frac{3^2 - 1}{3^2} \right) \left(\frac{4^2 - 1}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{10^2 - 1}{10^2} \right)$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{33}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (\text{주어진 식}) \\ & = 30 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \\ & \quad \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2} \right) \\ & = 30 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \\ & \quad \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 + \frac{1}{10} \right) \\ & = 30 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \\ & \quad \times \cdots \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ & = 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 의 근이라고 할 때, b 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$x = 3, -2$ 에서 작은 근은 $x = -2$ 이다.

$x = -2$ 를 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 에 대입하면 $8 - 2b - 2 = 0$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

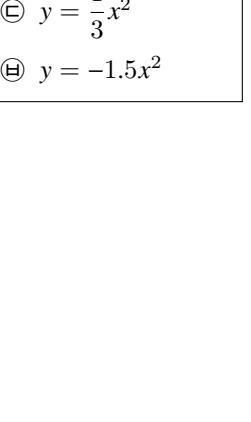
11. $a = 2.43$, $b = 1.73$ 일 때, $a^2 - 2ab + b^2$ 의 값은?

- ① 0.36 ② 0.49 ③ 0.64 ④ 0.81 ⑤ 1.21

해설

$$(a - b)^2 = (2.43 - 1.73)^2 = (0.7)^2 = 0.49$$

12. 다음 중 이차함수 중 그레프가 다음 그림과
같이 나타나는 것을 모두 골라라.



Ⓐ $y = 3x^2$	Ⓑ $y = -4x^2$	Ⓒ $y = \frac{1}{3}x^2$
Ⓓ $y = \frac{1}{4}x^2$	Ⓔ $y = -\frac{1}{4}x^2$	Ⓕ $y = -1.5x^2$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: Ⓛ

▷ 정답: Ⓟ

▷ 정답: Ⓡ

해설

그레프가 아래로 볼록하므로 $y = ax^2$ 의 그레프에서 $a > 0$ 이다.
따라서 Ⓛ, Ⓟ, Ⓡ이다.

13. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

한 근이 6 이므로

주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$36 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$x = 6$ 또는 $x = -3$ (다른 한 근)

$$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

14. 다음 두 식 $x^3 + 4x^2 + 4x$, $x^3 + 2x^2$ 의 공통인 인수를 구하면?

- ① $x(x+2)$ ② $x^2(x+2)$ ③ $x(x^2+2)$
④ $x(x+4)$ ⑤ $x^2(x+4)$

해설

$$x^3 + 4x^2 + 4x = x(x^2 + 4x + 4) = x(x+2)^2$$

$$x^3 + 2x^2 = x^2(x+2)$$

∴ 공통인 인수는 $x(x+2)$

15. 이차방정식 $x^2 + ax - (a + 1) = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

- ① $x = -3$ ② $x = -1$ ③ $x = 1$
④ $x = 2$ ⑤ $x = 3$

해설

$x = 2$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$4 + 2a - a - 1 = 0 \quad \therefore a = -3$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$x = 1$ 또는 $x = 2$

따라서 다른 한 근은 $x = 1$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근은?

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

한 근 $x = -1$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$1 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

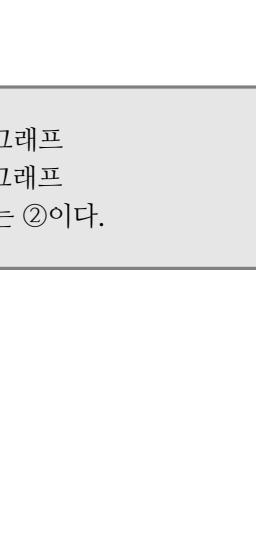
$$2x^2 + x - 1 = 0, (2x - 1)(x + 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $\frac{1}{2}$ 이다.

17. 다음 그림은 두 이차함수 $y = 2x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프이다. 다음 이차함수의 그래프 중 이 두 그래프 사이의 색칠된 부분에 있지 않은 것을 고르면?

① $y = \frac{3}{2}x^2$ ② $y = -\frac{3}{2}x^2$
③ $y = \frac{1}{2}x^2$ ④ $y = -\frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = x^2$



해설

$a > 0$ 일 때, a 의 절댓값이 2보다 작은 그래프
 $a < 0$ 일 때, a 의 절댓값이 1보다 작은 그래프
두 조건에 의해서 만족하지 않는 그래프는 ②이다.

18. 두 식 $(x-3)^2 - 2(x-3) - 35$ 와 $2x^2 + x - 6$ 의 공통인 인수를 구하면?

- ① $x + 3$ ② $x + 2$ ③ $3x - 13$
④ $2x - 3$ ⑤ $x - 10$

해설

$$\begin{aligned}x - 3 = t \text{로 치환하면} \\t^2 - 2t - 35 &= (t + 5)(t - 7) \\&= (x - 3 - 7)(x - 3 + 5) \\&= (x - 10)(x + 2)\end{aligned}$$

한편, $2x^2 + x - 6 = (2x - 3)(x + 2)$
따라서 공통인 인수는 $x + 2$

19. $x = \frac{-1}{\sqrt{3}-2}$, $y = \frac{-1}{\sqrt{3}+2}$ 일 때, $\frac{x^2-y^2}{xy}$ 의 값은?

- ① $-8\sqrt{3}$ ② $-4\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $1+2\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-1}{\sqrt{3}-2} \\&= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\&= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{3-4} \\&= \sqrt{3}+2 \\y &= \frac{-1}{\sqrt{3}+2} \\&= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} \\&= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{3-4} \\&= \sqrt{3}-2\end{aligned}$$

따라서 $x+y = 2\sqrt{3}$, $x-y = 4$, $xy = -1$ 이므로

$$\frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)}{xy} = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{-1} = -8\sqrt{3}$$

20. 이차방정식 $ax^2 + (3 - 2a)x - 2 = 0$ 의 한 해가 $x = 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{7}{3}$ ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{7}$

해설

이차방정식 $ax^2 + (3 - 2a)x - 2 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$a \times 3^2 + (3 - 2a) \times 3 - 2 = 0,$$

$$9a + (9 - 6a) - 2 = 0, 3a + 7 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{7}{3}$$

21. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것을 골라라.

Ⓐ $y = 3x^2 - 1$	Ⓑ $y = -x^2 - 2$
Ⓒ $y = -\frac{1}{2}x^2$	Ⓓ $y = \frac{1}{3}x^2$
Ⓓ $y = -5x^2 + \frac{1}{3}$	Ⓔ $y = 5x^2$

▶ 답:

▷ 정답: Ⓟ

해설

x^2 의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 큰 이차함수를 찾는다.

22. 두 이차식 $x^2 + ax - 4 = 0$, $4x^2 + ax - b$ 의 공통인 인수가 $x - 1$ 일 때,
상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 + ax - 4 &= (x - 1)(x + p) \\&= x^2 + (p - 1)x - p \\p &= 4 \\p - 1 &= a \quad \therefore a = 3 \\4x^2 + 3x - b &= (x - 1)(4x + q) \\&= 4x^2 + (q - 4)x - q \\-4 + q &= 3, \quad q = 7 \\-q &= -b \\\therefore b &= 7 \\\therefore a + b &= 10\end{aligned}$$