

1. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 2 와 -1 일 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$3(x-2)(x+1) = 0$$

$$3(x^2 - x - 2) = 0$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\therefore b = -3, c = -6$$

$$\therefore bc = 18$$

2. $f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2}$ 일 때, $f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99)$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{9}{10}$

③ $\frac{10}{11}$

④ $\frac{10}{99}$

⑤ $\frac{20}{99}$

해설

$$f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2} = \frac{a - 1}{a} \cdot \frac{a + 1}{a} \text{ 이므로}$$

$$f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99)$$

$$= \frac{9}{10} \cdot \frac{11}{10} \times \frac{10}{11} \cdot \frac{12}{11} \times \frac{11}{12} \cdot \frac{13}{12} \times \cdots \times \frac{98}{99} \cdot \frac{100}{99}$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{100}{99}$$

$$= \frac{10}{11}$$

3. $x - 1 = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 1}$ 의 값은?

① 2

② $2\sqrt{2}$

③ $2 + \sqrt{3}$

④ $3 + \sqrt{3}$

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

$x - 1 = \sqrt{3}$ 에서 $x = 1 + \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 1} &= \frac{x^2(x - 1) - (x - 1)}{(x - 1)^2} \\ &= \frac{(x - 1)(x^2 - 1)}{(x - 1)^2} \\ &= \frac{(x - 1)(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)^2} \\ &= x + 1 \\ &= 1 + \sqrt{3} + 1 \quad (\because x = 1 + \sqrt{3}) \\ &= 2 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

4. $a + b = -1$, $(a + 1)(b + 1) = -12$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$$

- ① -25 ② -24 ③ -23 ④ -22 ⑤ -21

해설

$$(a + 1)(b + 1) = ab + (a + b) + 1 = -12$$

$$a + b = -1 \text{ 이므로 } ab = -12$$

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \\ &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a + b)(a^2 + b^2) \\ &= (a + b)\{(a + b)^2 - 2ab\} \\ &= (-1) \\ &\quad \times \{(-1)^2 - 2 \times (-12)\} \\ &= (-1) \times 25 = -25 \end{aligned}$$

5. 두 다항식 $x^2 - 4x + a$, $2x^2 - bx - 9$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 이라 할 때, 나머지 인수들의 합을 구하면?

① $x - 2$

② $3x + 2$

③ $2x - 3$

④ $2x + 1$

⑤ $-x - 1$

해설

$$x^2 - 4x + a = (x - 3)(x + k) = x^2 + (k - 3)x - 3k \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } k - 3 = -4, k = -1, a = -3k = 3 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - bx - 9 &= (x - 3)(2x + m) \\ &= 2x^2 + (m - 6)x - 3m \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } -3m = -9, m = 3, m - 6 = -b, b = 3 \text{ 이므로}$$

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3) \text{ 이다.}$$

$$\text{나머지 인수들의 합은 } (x - 1) + (2x + 3) = 3x + 2 \text{ 이다.}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 한 근 일 때, a 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 6)(x + 2) = 0$ 이다.

$x = 6, -2$

음수의 근 -2 가 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 근이므로

$$(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

7. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

① $\pm \sqrt{5}$

② ± 4

③ ± 1

④ 2

⑤ -4

해설

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \\ &= 1 + 4 \\ &= 5\end{aligned}$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned}x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 1 \times (\pm \sqrt{5}) = \pm \sqrt{5}\end{aligned}$$

8. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 2 또는 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -20

② -15

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$3(x-2)(x-3) = 0$$

$$3(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$3x^2 - 15x + 18 = 0$$

$$a = -15, b = 18$$

$$a + b = 3$$

9. $30 \left(\frac{2^2 - 1}{2^2} \right) \left(\frac{3^2 - 1}{3^2} \right) \left(\frac{4^2 - 1}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{10^2 - 1}{10^2} \right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \\ &\quad \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 30 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 + \frac{1}{10} \right) \\ &= 30 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \\ &\quad \times \cdots \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 의 근이라고 할 때, b 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$x = 3, -2$ 에서 작은 근은 $x = -2$ 이다.

$x = -2$ 를 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 에 대입하면 $8 - 2b - 2 = 0$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

11. $a = 2.43$, $b = 1.73$ 일 때, $a^2 - 2ab + b^2$ 의 값은?

① 0.36

② 0.49

③ 0.64

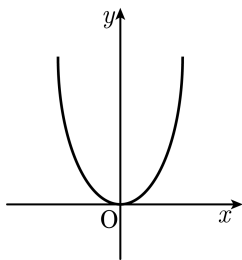
④ 0.81

⑤ 1.21

해설

$$(a - b)^2 = (2.43 - 1.73)^2 = (0.7)^2 = 0.49$$

12. 다음 중 이차함수 중 그래프가 다음 그림과 같이 나타나는 것을 모두 골라라.



㉠ $y = 3x^2$

㉡ $y = -4x^2$

㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$

㉤ $y = \frac{1}{4}x^2$

㉥ $y = -\frac{1}{4}x^2$

㉦ $y = -1.5x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

그래프가 아래로 볼록하므로 $y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이다.
따라서 ㉠, ㉢, ㉤이다.

13. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로

주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$33 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$x = 6$ 또는 $x = -3$ (다른 한 근)

$$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

14. 다음 두 식 $x^3 + 4x^2 + 4x$, $x^3 + 2x^2$ 의 공통인 인수를 구하면?

① $x(x + 2)$

② $x^2(x + 2)$

③ $x(x^2 + 2)$

④ $x(x + 4)$

⑤ $x^2(x + 4)$

해설

$$x^3 + 4x^2 + 4x = x(x^2 + 4x + 4) = x(x + 2)^2$$

$$x^3 + 2x^2 = x^2(x + 2)$$

$$\therefore \text{공통인 인수는 } x(x + 2)$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax - (a + 1) = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $x = -3$

② $x = -1$

③ $x = 1$

④ $x = 2$

⑤ $x = 3$

해설

$x = 2$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$4 + 2a - a - 1 = 0 \quad \therefore a = -3$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 다른 한 근은 $x = 1$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근은?

① -2

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 2

⑤ 3

해설

한 근 $x = -1$ 을 주어진 방정식에 대입하면

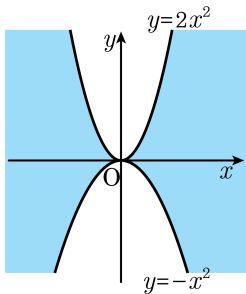
$$1 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

$$2x^2 + x - 1 = 0, (2x - 1)(x + 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $\frac{1}{2}$ 이다.

17. 다음 그림은 두 이차함수 $y = 2x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프이다. 다음 이차함수의 그래프 중 이 두 그래프 사이의 색칠된 부분에 있지 않은 것을 고르면?



① $y = \frac{3}{2}x^2$

② $y = -\frac{3}{2}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -\frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = x^2$

해설

$a > 0$ 일 때, a 의 절댓값이 2보다 작은 그래프

$a < 0$ 일 때, a 의 절댓값이 1보다 작은 그래프

두 조건에 의해서 만족하지 않는 그래프는 ②이다.

18. 두 식 $(x-3)^2 - 2(x-3) - 35$ 와 $2x^2 + x - 6$ 의 공통인 인수를 구하면?

① $x + 3$

② $x + 2$

③ $3x - 13$

④ $2x - 3$

⑤ $x - 10$

해설

$x - 3 = t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} t^2 - 2t - 35 &= (t + 5)(t - 7) \\ &= (x - 3 - 7)(x - 3 + 5) \\ &= (x - 10)(x + 2) \end{aligned}$$

한편, $2x^2 + x - 6 = (2x - 3)(x + 2)$

따라서 공통인 인수는 $x + 2$

19. $x = \frac{-1}{\sqrt{3}-2}$, $y = \frac{-1}{\sqrt{3}+2}$ 일 때, $\frac{x^2-y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-8\sqrt{3}$

② $-4\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $1+2\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1}{\sqrt{3}-2} \\ &= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\ &= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{3-4} \\ &= \sqrt{3}+2 \\ y &= \frac{-1}{\sqrt{3}+2} \\ &= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} \\ &= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{3-4} \\ &= \sqrt{3}-2 \end{aligned}$$

따라서 $x+y=2\sqrt{3}$, $x-y=4$, $xy=-1$ 이므로

$$\frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)}{xy} = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{-1} = -8\sqrt{3}$$

20. 이차방정식 $ax^2 + (3 - 2a)x - 2 = 0$ 의 한 해가 $x = 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{7}{3}$

③ $-\frac{7}{3}$

④ $-\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{3}{7}$

해설

이차방정식 $ax^2 + (3 - 2a)x - 2 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$a \times 3^2 + (3 - 2a) \times 3 - 2 = 0,$$

$$9a + (9 - 6a) - 2 = 0, \quad 3a + 7 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{7}{3}$$

21. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것을 골라라.

$$\textcircled{\text{㉠}} y = 3x^2 - 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = -x^2 - 2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{1}{3}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = -5x^2 + \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} y = 5x^2$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\text{㉤}}$

해설

x^2 의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 큰 이차함수를 찾는다.

22. 두 이차식 $x^2 + ax - 4 = 0$, $4x^2 + ax - b$ 의 공통인 인수가 $x - 1$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 + ax - 4 &= (x - 1)(x + p) \\ &= x^2 + (p - 1)x - p\end{aligned}$$

$$p = 4$$

$$p - 1 = a \quad \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned}4x^2 + 3x - b &= (x - 1)(4x + q) \\ &= 4x^2 + (q - 4)x - q\end{aligned}$$

$$-4 + q = 3, \quad q = 7$$

$$-q = -b$$

$$\therefore b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$