

1. 두 조건 $p : |x - 1| = 2$, $q : x^2 + 2x + 1 = 0$ 에서 $p \supset q$ 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.



답:

조건

2. 다음 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라. (단, a, b 는 실수)

(i) $p : a, b$ 는 유리수, $q : a + b, ab$ 는 유리수

(ii) $p : x$ 는 3의 배수, $q : x$ 는 6의 배수



답:

조건

3. 다음에서 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 골라 기호로 써라. (단, a, b 는 실수)

㉠ $p : A \cup B = B, q : A \subset B$

㉡ $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$ 이고 $b = 0$

㉢ $p : a^2 = b^2, q : a = b$



답: _____

4. 다음 보기 중에서 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $p : A \cap B = A, q : A \subset B$

㉡ $p : x > 1$ 이고 $y > 1, q : x + y > 2$

㉢ $p : x + |x| = 0, q : x < 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

5. 두 조건 $p(x) : |x - a| \leq 1$, $q(x) : -1 < x < 2, 3 \leq x \leq 5$ 에 대하여 $p(x)$ 가 $q(x)$ 이기 위한 충분조건일 때, 정수 a 의 개수는?

① 5 개

② 4 개

③ 3 개

④ 2 개

⑤ 1 개

6. $p : -1 \leq x \leq 1$ 또는 $x \geq 3$, $q : x \geq a$ 에 대하여 q 는 p 이기 위한 필요조건일 때, 정수 a 의 최댓값을 구하여라.



답:

7. 두 조건 $p : -1 < x < 3$, $q : a - 1 < x < a + 5$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

8. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 $P = \{a + 1, 2\}$, $Q = \{3, 5, 3a - 4\}$ 라 할 때, p 는 q 이기 위한 충분조건이다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

9. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.



답:

개

10. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + 12y\right)$ 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

11. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(2x + \frac{1}{x}\right)\left(\frac{8}{y} + y\right)$ 의 최솟값을 구하여라.



답:

12. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(a+b) \left(\frac{4}{a} + \frac{9}{b} \right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 13

② 24

③ 25

④ 28

⑤ 36

13. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x + 3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.



답:

14. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

④ $x \leq 2$ 이면 $|x - 1| \leq |x - 3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

15. 두 조건 p, q 가 $p : |x| < a, q : |x - 1| \geq 3$ 과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 양수 a 의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 4$

② $a > 4$

③ $a \geq 4$

④ $a > 2$

⑤ $2 \leq a \leq 4$

16. 네 개의 조건 p, q, r, s 에 대하여 $q \Rightarrow \sim s$, $\sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$ 라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

① $p \Rightarrow q$

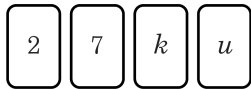
② $p \Rightarrow \sim r$

③ $r \Rightarrow q$

④ $r \Rightarrow s$

⑤ $\sim s \Rightarrow q$

17. 한쪽 면에는 숫자, 다른 쪽 면에는 영문자가 쓰여진 카드가 다음 규칙을 만족한다. ‘카드의 한쪽 면에 홀수가 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 자음이 적혀 있다.’ 탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 반드시 확인해야 할 필요가 있는 것은?



①



②



③



④



⑤



18. 다음은 명제 ' $3m^2 - n^2 = 1$ 을 만족하는 (가)'에 대한 증명에서 중간 부분을 적은 것이다.

... (생략) ...

m, n 이 정수이고 $3m^2 = n^2 + 1$ 이므로, $n^2 + 1$ 은 3의 배수이다.

한편, 정수 n 이 어떤 정수 k 에 대하여

$$n = 3k \text{ 이면 } n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3(3k^2)$$

$$n = 3k + 1 \text{ 이면 } n^2 = (3k + 1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$$

$$n = 3k + 2 \text{ 이면 } n^2 = (3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 \text{ 이므로 } n^2 \text{을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이다.}$$

따라서 $n^2 + 1$ 을 3으로 나눈 나머지는 1 또는 2이다.

... (생략) ...

다음 중 위의 (가)에 가장 알맞은 것은?

- ① m, n 중 적어도 하나는 정수이다.
- ② m, n 중 어느 것도 정수가 아니다.
- ③ m, n 이 모두 정수인 해가 적어도 하나 있다.
- ④ m, n 이 모두 정수인 해가 오직 하나 있다.
- ⑤ m, n 이 모두 정수인 해는 없다.

19. 다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건인 것은 ?

① $p : a + b > 0, ab > 0, q : a > 0, b > 1$

② $p : \frac{a}{b} > 1, q : a > b > 1 (a, b \text{ 는 실수})$

③ $p : a + b > 2, q : a \geq 1 \text{ 또는 } b \geq 1 (a, b \text{ 는 실수})$

④ $p : ab = 0, |a| + |b| = 0$

⑤ $p : a + b \geq 2, ab \geq 1, Q : a \geq 1, b \geq 1$

20. 전체 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B)^c = B - A$ 가 성립할 필요충분조건을 구하면?

① $A \cap B = \emptyset$

② $A \cup B = U$

③ $A \subset B^c$

④ $A^c \cup B = U$

⑤ $A = B^c$

21. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 진리집합이 각각 $P = \{x \mid x \leq -2, 1 \leq x \leq 5\}$, $Q = \{x \mid x \leq a\}$, $R = \{x \mid x \leq b\}$ 이다. p 는 q 이기 위한 필요조건이고, r 이기 위한 충분조건이 되도록 상수 a, b 에 대한 a 의 최댓값을 M , b 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하시오.



답: _____

22. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. $\sim q$ 가 p 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P^c \subset Q$

② $Q \subset P$

③ $Q - P = \phi$

④ $P - Q = P$

⑤ $P - Q = \phi$

23. 세 조건 p, q, r 에 대하여 $\sim p \Rightarrow q, r \Rightarrow \sim q$ 일 때, 조건 p 가 r 이기 위한 필요충분조건이라면 다음 중 어떤 조건이 더 필요한가?

① $p \Rightarrow q$

② $q \Rightarrow r$

③ $p \Rightarrow r$

④ $\sim q \Rightarrow p$

⑤ $\sim r \Rightarrow p$

24. $a > 1$ 일 때 $b = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{a} \right)$, $c = \frac{1}{2} \left(b + \frac{1}{b} \right)$ 이라 한다. a, b, c 의
대소 관계로 옳은 것은?

① $a > b > c$

② $a > c > b$

③ $b > c > a$

④ $b > a > c$

⑤ $c > b > a$

25. $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 네 수 또는 식의 대소를 비교한 것 중 잘못된 것은?

$1, \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad \sqrt{b} - \sqrt{a}, \quad \sqrt{b-a}$

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

26. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 아닌 것을 모두 고른 것은?

㉠ $x + 1 > 0$

㉡ $x^2 + xy + y^2 \geq 0$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $|x + y| \geq |x - y|$

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

27. 다음 등식을 이용하여 증명할 수 있는 부등식은?

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \\ &= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \end{aligned}$$

- ① $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$
- ② $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \leq |a| + |b| + |c|$
- ③ $\sqrt{3} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geq |a + b + c|$
- ④ $a^2 + b^2 + c^2 \leq (a + b + c)^2$
- ⑤ $a + b + c \geq 3^3 \sqrt{abc}$

28. $a > 0$, $b > 0$ 일 때, 다음 네모 속에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

I. $1 + a > \sqrt{1 + 2a}$

II. $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

III. $a + \frac{1}{a} \geq 2$

IV. $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$

V. $(a+b) \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b} \right) \geq 4$

VI. $(2a+b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 25$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

29. $a^2 + b^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 2$ 일 때, $ax + by$ 의 최댓값과 $ab + xy$ 의 최댓값의 합은? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

30. 세 양수 a, b, c 가 $abc = 1$ 을 만족할 때, 이 사실로부터 추론할 수 있는 것을 보기에서 모두 고르면?

I. $a + b + c \geq 3$

II. $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$

III. $ab + bc + ca \geq 3$

IV. $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \geq 8$

① I, II

② I, III

③ III, IV

④ I, III, IV

⑤ I, II, III, IV

31. 반지름이 r (cm)인 원에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하면?

① $2r$ (cm^2)

② r^2 (cm^2)

③ $2r^2$ (cm^2)

④ $\sqrt{2}r^2$ (cm^2)

⑤ $\frac{r^2}{2}$ (cm^2)

32. 제곱의 합이 일정한 두 실수 a, b 에 대하여 $a + 2b$ 가 최대일 때, a 와 b 사이의 관계는?

① $b = 2a$

② $a = 2b$

③ $a = b$

④ $a^2 = b$

⑤ $b^2 = a$

33. $x + y + z = 4, x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 을 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 x 가 취할 수 있는 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5