

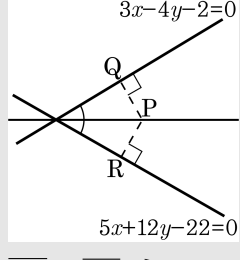
1. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

$$\therefore a+b+c=-1$$

2. 점 A(6, 2)와 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x - 2y - 8 = 0$ ② $x + 2y - 8 = 0$ ③ $x - 2y + 8 = 0$
④ $x + 2y + 8 = 0$ ⑤ $x - 2y = 0$

해설

P (a , b)라 하면 $a + 2b - 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x - 18, b = 4y - 6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x - 18 + 2(4y - 6) - 2 = 0 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0$$

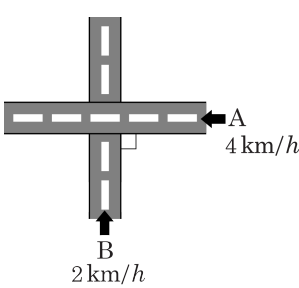
3. 점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = -x + 2$ 위를 움직일 때 점 $Q(a - b, a + b)$ 의 자취가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

- ① $x = 1$
- ② $y = 2$
- ③ $x + y = 2$
- ④ $x - y = -4$
- ⑤ $x + y = 0$

해설

$P(a, b)$ 가 $y = -x + 2$ 위의 점이므로
 $b = -a + 2 \cdots \text{㉠}$
 $Q(a - b, a + b) = (x, y)$ 라 하면,
 $a - b = x, a + b = y$
 $\therefore a = \frac{x + y}{2}, b = \frac{y - x}{2}$
 ㉠ 에 대입하면 $\frac{y - x}{2} = -\frac{x + y}{2} + 2$
 $\therefore y - x = -(x + y) + 4$
 $\therefore y = 2$

4. 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



- ① 1 시간 후 ② 1.2 시간 후 ③ 1.4 시간 후
 ④ 1.6 시간 후 ⑤ 2 시간 후

해설

동서를 x 축, 남북을 y 축으로 잡으면
 최초의 A, B 의 위치는 A(6, 0) , B(0, -4) 이고
 t 시간 후의 A, B 의 좌표는
 A($6 - 4t$, 0), B(0, $-4 + 2t$) 이다.
 따라서 t 시간 후의 $\overline{AB}$ 의 거리는 s 는

$$s = \sqrt{(6 - 4t)^2 + (-4 + 2t)^2}$$

$$= \sqrt{20t^2 - 64t + 52}$$

$$= \sqrt{20 \left(t^2 - \frac{64}{20}t \right) + 52}$$

$$= \sqrt{20 \left(t - \frac{8}{5} \right)^2 + \frac{4}{5}}$$
 이므로
 $t = \frac{8}{5}$ 일 때 최소가 된다.
 $\therefore$ 출발 후 1.6 시간 후이다.

5. 직선 $3x+y=8$ 이 두 점 A(4, -3), B(1, 2)를 잇는 선분 AB를 1 : m 으로 내분할 때, 상수 m 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 점 A(4, -3), B(1, 2)에 대하여 선분 AB를 1 : m 으로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{4m+1}{m+1}, \frac{-3m+2}{m+1}\right)$ 이다.

이 점이 직선 $3x+y=8$ 위에 있으므로

$$3 \times \frac{4m+1}{m+1} + \frac{-3m+2}{m+1} = 8$$

따라서 $m=3$

6. 세 꼭짓점이 A(-1, -1), B(4, 3), C(0, 1)인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점을 각각 D, E, F라 하자. $\triangle DEF$ 의 무게중심을 (a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 각 변을 $m:n$ 으로 내분하는 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심은 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 일치한다.

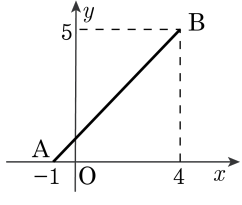
$\triangle ABC$ 의 무게중심은

$$\left(\frac{-1+4+0}{3}, \frac{-1+3+1}{3} \right),$$

즉 (1, 1) 이므로 $\triangle DEF$ 의 무게중심은 (1, 1)이다.

$$\therefore a+b=1+1=2$$

7. 두 점 A(-1, 0), B(4, 5)에 대하여 두 점 A, B로부터의 거리의 비가 3 : 2 점 P의 자취의 방정식은?



- ① $(x-5)^2 + (y-6)^2 = 50$ ② $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 60$
 ③ $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 70$ ④ $(x-7)^2 + (y-8)^2 = 80$
 ⑤ $(x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$

해설

점 P를 (x, y) 라 두면

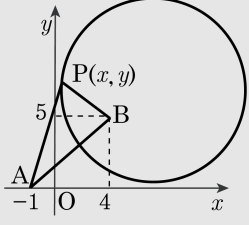
$$\overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2}$$

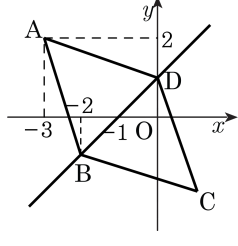
$$\frac{\overline{AP}}{\overline{BP}} = \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(x+1)^2 + y^2} : \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = 3 : 2$$

$$\text{정리하면 } (x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$$



8. 다음 그림에서 점 B와 점 D를 지나는 직선의 x 절편이 -1 이고 $A(-3, 2)$ 일 때, 마름모 ABCD의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

대각선 BD의 중점은 $M(-1, 0)$, 사각형 ABCD가 마름모이므로

$\overline{AM} \perp \overline{BD}$,

$\overline{AM}$ 의 기울기가 -1 이므로

$\overline{BD}$ 의 기울기는 1 ,

점 B와 점 D의 y 값을 a, b 라 하면

$b - a = 2, \frac{a + b}{2} = 0$ 이므로 $a = -1, b = 1$ 이다.

$\therefore D(0, 1)$

$\overline{AM} = 2\sqrt{2}, \overline{MD} = \sqrt{2}$ 이므로

마름모 ABCD의 넓이는

$$4 \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} \right) = 8$$

9. 원점 $O(0, 0)$ 에서 직선 $(k+1)x + (k+2)y + 3 = 0$ 에 내린 수선의 길이가 최대일 때, 그 길이는? (단, k 는 상수)

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{3}$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

원점과 직선 사이의 거리를 d 라 하면

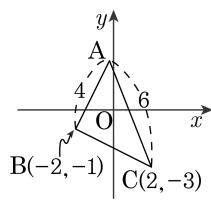
$$d = \frac{|3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k+2)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2k^2 + 6k + 5}}$$

$$\leq \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}$$

$$(\because \sqrt{2k^2 + 6k + 5})$$

$$= \sqrt{2\left(k + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \sqrt{\frac{1}{2}}$$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 6$, $B(-2, -1)$, $C(2, -3)$ 이고 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 선을 그었을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 점을 D라 하자. 선분 AD의 길이는?



- ① 4 ② $\sqrt{17}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{21}$

해설

점 D가 $\overline{BC}$ 의 중점일 때
 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 가 되어 넓이를 이등분한다.
 이 때, 점 D의 좌표는 $D\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{-1-3}{2}\right)$
 $\therefore D(0, -2)$
 또, $\overline{BD} = \sqrt{(0+2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{5}$ 이고
 점 D가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2)$ 이 성립한다.
 즉, $4^2 + 6^2 = 2(\overline{AD}^2 + 5)$
 $\overline{AD}^2 + 5 = 26$, $\overline{AD}^2 = 21$
 $\therefore AD = \sqrt{21}$

11. 좌표평면 위의 두 점 A(4, 3), B(1, 3)이 있다. 점 A에서 x 축 위의 점과 y 축 위의 점을 각각 지나 점 B에 이르는 최단 거리는?

- ① 5 ② 7 ③ $\sqrt{53}$ ④ $\sqrt{61}$ ⑤ $\sqrt{75}$

해설

점 A의 x 축에 대한 대칭점을 A', 점 B의 y 축에 대한 대칭점을 B'

두 점 A', B'을 지나는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P, Q 라고 하면

$\overline{AP} = \overline{A'P}$, $\overline{BQ} = \overline{B'Q}$

주어진 조건을 만족하는 최단 거리는 두 점 A'(4, -3), B'(-1, 3) 사이의 거리이다.

$\therefore \overline{A'B'} = \sqrt{(4+1)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{61}$

12. $\triangle ABC$ 의 세 점 A, B, C 의 좌표를 각각 $(1, 5), (-2, 1), (9, -1)$ 이라 하자. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점 D 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $3(a-b)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

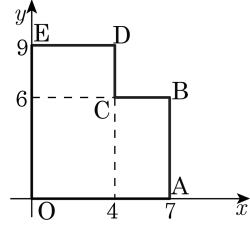
$$\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \overline{AC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$\overline{AD} \text{가 } \angle A \text{의 이등분선이므로}$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 1 : 2$$
따라서 D 는 $\overline{BC}$ 를 $1 : 2$ 로 내분하는 점
$$\therefore D\left(\frac{9-4}{3}, \frac{-1+2}{3}\right) = D\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$\therefore 3(a-b) = 3\left(\frac{5}{3} - \frac{1}{3}\right) = 4$$

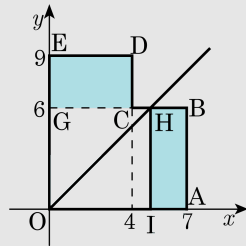
13. 원점을 지나고 그림과 같은 도형 OABCDE의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은? (단, 도형의 각 변은 x 축, 또는 y 축과 평행하다.)



- ① $y = \frac{3}{5}x$ ② $y = \frac{27}{10}x$ ③ $y = \frac{6}{5}x$
 ④ $y = \frac{6}{7}x$ ⑤ $y = \frac{5}{7}x$

해설

그림에서 □CDEG의 넓이는 12이다.
 따라서 넓이가 12인 사각형 □ABHI를 잡으면
 점 H좌표는 (5, 6)이다.
 그러므로 구하는 직선은 □OIHG의 넓이를 이등분하면 되므로
 $\therefore y = \frac{6}{5}x$



14. $|x+y|+|x-y|=2$, $kx-y+2k-2=0$ 을 동시에 만족하는 실수 x, y 가 존재할 때, 실수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면, $M+m$ 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ 5

해설

$|x+y|+|x-y|=2$ 을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다. 한편, $kx-y+2k-2=0$ 은 k 에 관하여 정리하면

$k(x+2)-(y+2)=0$ 이므로 k 의 값에 관계없이 항상 $(-2, -2)$ 를 지나는 직선이다.

두 도형을 동시에 만족하는 실수 x, y 가 존재해야 하므로 두 그래프가 만나야 한다.

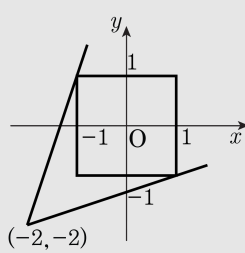
따라서 k 는 이 직선의 기울기 이므로

직선이 점 $(-1, 1)$ 을 지날 때, k 는 최대이고

점 $(1, -1)$ 을 지날 때 k 는 최소이다.

$$M=3, m=\frac{1}{3}$$

$$\therefore M+m=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$$



15. $\triangle ABC$ 의 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 각각 $P(3, 4)$, $Q(4, -1)$, $R(6, 1)$ 이라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

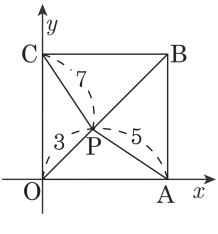
$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 로 놓으면
 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점은 각각
 $P(3, 4)$, $Q(4, -1)$, $R(6, 1)$ 이므로
이것을 풀면, $x_1 = 5$, $x_2 = 1$, $x_3 = 7$
 $y_1 = 6$, $y_2 = 2$, $y_3 = -4$
 $\therefore \triangle ABC =$
 $\frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
 $= \frac{1}{2}|5(2 - (-4)) + 1((-4) - 6) + 7(6 - 2)|$
 $= 24$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이는 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의
중점을 이어 만든 $\triangle PQR$ 의 넓이의
4배임을 이용한다.

16. 다음 그림과 같이 정사각형 OABC의 내부의 점 P에 대하여 $OP = 3$, $AP = 5$, $CP = 7$ 일 때 선분 PB의 길이는?

- ① $2\sqrt{15}$ ② $\sqrt{65}$ ③ $\sqrt{70}$
 ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{5}$



해설

정사각형의 한 변의 길이를 a , 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 & \dots \textcircled{A} \\ (a-x)^2 + y^2 = 25 & \dots \textcircled{B} \\ x^2 + (a-y)^2 = 49 & \dots \textcircled{C} \end{cases}$$

선분 PB의 길이는

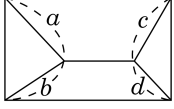
$$PB = \sqrt{(a-x)^2 + (a-y)^2} \text{이다.}$$

$\textcircled{B} + \textcircled{C} - \textcircled{A}$ 에서

$$(a-x)^2 + (a-y)^2 = 25 + 49 - 9 = 65$$

$$\text{따라서 } PB = \sqrt{65}$$

17. 다음 그림과 같이, 직사각형의 내부에 임의의 선분이 한 변에 평행하게 놓여 있다. 선분의 끝점과 꼭지점 사이의 거리를 a, b, c, d 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?



- ① $\sqrt{a} + \sqrt{c} = \sqrt{a} + \sqrt{d}$ ② $a + c = b + d$
 ③ $a + b = c + d$ ④ $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$
 ⑤ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

해설

좌표를 도입하여 점 B 가 원점이 되도록 하면

A(0, q), C(p , 0) 라 할 수 있고 D(p , q) 이다.

이때, E(x , y), F(z , y) 라고 하면

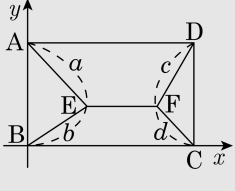
$$a^2 = x^2 + (y - q)^2$$

$$b^2 = x^2 + y^2$$

$$c^2 = (z - p)^2 + (y - q)^2$$

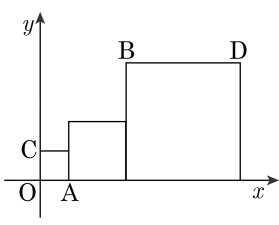
$$d^2 = (z - p)^2 + y^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a^2 + d^2 = b^2 + c^2$$



18. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 C(0, 4), 점 D(21, 12)일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?

- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 21



해설

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로
점 A(4, 0) 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로
점 B(21 - 12, 12)
즉, B(9, 12)
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = 13$

19. 두 점 A(-1, 3), B(3, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P, y 축 위의 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이를 구하면?

- ① 4 ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

P(a , 0)이라하면, $\overline{AP} = \overline{BP}$
 $(a + 1)^2 + 3^2 = (a - 3)^2 + 5^2, 8a = 24$
 $\therefore a = 3$
Q(0, b)이라 하면, $\overline{AQ} = \overline{BQ}$
 $1^2 + (b - 3)^2 = (-3)^2 + (b - 5)^2$
 $\therefore 4b = 24$
 $\therefore b = 6$ P(3, 0), Q(0, 6)
 $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

20. 정점 A(3,1)과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 동점 P, x 축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 의 최소 거리를 구하면?

- ① $2\sqrt{3}$
- ② 4
- ③ $2\sqrt{5}$
- ④ $3\sqrt{5}$
- ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

점 A의 $y = x$ 에 대한 대칭점을 A'

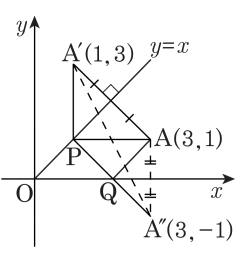
점 A의 x 축에 대한 A'라 하면

$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''} \geq \overline{A'A''}$$

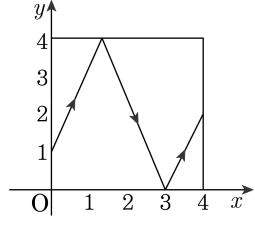
$$\overline{A'A''} = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2} = 2\sqrt{5}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 의 최솟값은 $2\sqrt{5}$

이다.



21. $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(4, 4)$ 와 $(4, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 생각하자. $(0, 1)$ 에서 출발하여 윗변과 밑변으로 반사시켜 $(4, 2)$ 에 도달하는 꺾인 직선을 그리려면 윗변의 어느 점을 지나야 하는가? (단, 입사각과 반사각은 같다)



- ① $(1, 4)$ ② $\left(\frac{10}{7}, 4\right)$ ③ $\left(\frac{5}{3}, 4\right)$
 ④ $\left(\frac{4}{3}, 4\right)$ ⑤ $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$

해설

대칭성을 이용하여 $(0, 1)$ 과 $(4, 10)$ 을 연결하는 직선과 $y = 4$

와의 교점을 계산하면 된다.
$$\begin{cases} y = \frac{9}{4}x + 1 \\ y = 4 \end{cases} \quad \therefore x = \frac{4}{3}$$

따라서, $\left(\frac{4}{3}, 4\right)$ 를 지난다.

22. 두 점 A(3, -2), B(-5, 1) 에 대하여 선분 AB 를 $t : (1-t)$ 로 내분하는 점이 제 3 사분면에 있을 때, t 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{4} < t < \frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{3} < t < \frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{3} < t < \frac{2}{3}$
- ④ $\frac{3}{8} < t < \frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{8} < t < \frac{5}{6}$

해설

A(3, -2) , B(-5, 1) 을 $t : 1-t$ 로 내분하는 점은

$$\left(\frac{t \cdot (-5) + (1-t) \cdot 3}{t+1-t}, \frac{t \cdot 1 + (1-t) \cdot (-2)}{t+1-t} \right)$$

$$= (-5t+3-3t, t-2+2t) = (-8t+3, 3t-2)$$

이 점이 제3 사분면에 있으므로

$$-8t+3 < 0, 8t > 3, t > \frac{3}{8}$$

$$3t-2 < 0, 3t < 2, t < \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{3}{8} < t < \frac{2}{3}$$

23. 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 M이라하자. 두 점 A,C의 좌표는 각각 A(-2,6),C(4,0)이고, 삼각형 MBC의 무게중심은 원점이다. 점 D의 좌표를 (a,b) 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

점 M은 선분 AC의 중점이므로

M의 좌표는 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{6+0}{2}\right) = (1,3)$.

삼각형 MBC의 무게중심은 원점이므로

점 B의 좌표를 (c,d) 라고 하면

$\frac{1+c+4}{3} = 0$ 에서 $c = -5$

$\frac{3+d+0}{3} = 0$ 에서 $d = -3$

따라서 점 B의 좌표는 $(-5,-3)$ 이다. 점 M은 선분 BD의 중점

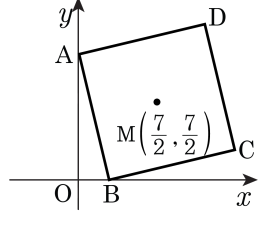
이므로

$\frac{-5+a}{2} = 1$ 에서 $a = 7$

$\frac{-3+b}{2} = 3$ 에서 $b = 9$

$\therefore a+b = 16$

24. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD가 있다. 정사각형 ABCD의 중심 M의 좌표가 $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$ 일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

다음 그림과 같이 두 점 A, B의 좌표를 $A(0, a), B(b, 0)$ 이라 하고 점 D를 지나면서 x 축에 평행한 직선이 y 축과 만나는 점을 E라 하면 $\triangle OAB \cong \triangle EDA$

따라서 $\overline{AE} = \overline{BO} = b, \overline{DE} = \overline{AO} = a$

이므로 $D(a, a+b)$

이 때, 점 M은 선분 BD의 중점이므로

$$M\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$$

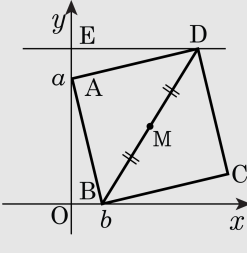
$$\therefore, \frac{a+b}{2} = \frac{7}{2} \text{에서 } a+b=7$$

또, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 5이므로

$\triangle OAB$ 에서 피타고라스의 정리에 의하여

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 5, a^2 + b^2 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle OAB &= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{4}\{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)\} \\ &= \frac{1}{4}(7^2 - 25) = 6 \end{aligned}$$



25. $\triangle ABC$ 의 무게중심이 $G(1, 4)$ 이고, 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점이 각각 $(-1, 6)$, (a, b) , $(3, 4)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심 G 는
세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게
중심과 일치한다.

따라서 $\frac{-1+a+3}{3} = 1$, $\frac{6+b+4}{3} = 4$ 이므로

$a = 1$, $b = 2$ 이고, $\therefore a + b = 3$