1. 방정식 $(k^2-6)x = k(x+1)+2$ 의 해가 존재하지 않을 때, k 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

x에 대하여 정리하면
$(k^2-k-6)x = k+2$
$(k+2)(k-3)x = k+2$
$k=3$ 일 때, $0 \cdot x = 5$ (불능)

2. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 - 5|x| + 6 = 0$$

① $0, \ \pm 1$ ② $0, \ \pm 2$ ③ $\pm 1, \ \pm 2$
④ $\pm 2, \ \pm 3$ ⑤ $\pm 3, \ \pm 4$

해설

(ⅰ) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$에서
$x \geq 0$일 때,
$x^2 - 5x + 6 = 0$
$(x-2)(x-3) = 0$
$\therefore x = 2$, 또는 $x = 3$
(ⅱ) $x < 0$일 때,
$x^2 + 5x + 6 = 0$
$(x+2)(x+3) = 0$
$\therefore x = -2$, 또는 $x = -3$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $x = \pm 2, \ x = \pm 3$

3. 0이 아닌 두 실수 a, b가 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$를 만족할 때, 다음 [보기]의 x에 대한 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ $ax^2 - bx + 1 = 0$

ㄴ $x^2 - ax - b = 0$

ㄷ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$이므로 $a < 0$, $b < 0$

ㄱ $ax^2 - bx + 1 = 0$에서

$D = b^2 - 4a > 0$

ㄴ $x^2 - ax - b = 0$에서

$D = a^2 + 4b$는 음수, 양수를 판별할 수 없다.

ㄷ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$에서

$\frac{D}{4} = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab > 0$

4. x에 대한 이차방정식 $x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$이 m의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$

항상 중근을 가질 조건 : 판별식 $D = 0$

$D = (2m + a + b)^2 - 4(m^2 + ab) = 0$

$4m^2 + a^2 + b^2 + 4ma + 2ab + 4mb - 4m^2 - 4ab = 0$

m에 관해 식을 정리하면

$(4a + 4b)m + (a^2 - 2ab + b^2) = 0$

$4a + 4b = 0, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 0$

$\therefore a + b = 0$

5. x에 관한 이차방정식 $x^2-ax+a+1=0$의 두 근이 연속인 정수가 되게하는 상수 a의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 n, $n+1$이라 하면

$$\begin{cases} n+(n+1)=a \cdots\cdots ㉠ \\ n(n+1)=a+1 \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $n=\dfrac{a-1}{2}$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$$\frac{a-1}{2}\left(\frac{a-1}{2}+1\right)=a+1$$

이것을 정리하면 $(a+1)(a-5)=0$

$a=-1,\ 5$

$\therefore -1+5=4$

6. 이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프에 의하여 잘려지는 x축의 길이가 3일 때, 모든 실수 k의 값의 합은?

① 6　　② 8　　③ 10　　④ 12　　⑤ 14

해설

이차함수 $y = x^2 - kx + 3x + 2$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$ 이라 하면
$\alpha,\ \beta$ 는 이차방정식 $x^2 - kx + 3k + 2 = 0$ 이 두 근이다.
근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = k,\ \alpha\beta = 3k + 2$
잘려지는 x 축의 길이가 3이므로 $|\alpha - \beta| = 3$
이 때, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로 $9 = k^2 - 4(3k + 2)$
$k^2 - 12k - 17 = 0$
따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k의 값의 합은 12이다.

7. 점 $(0,\ -2)$를 지나고 이차함수 $y = x^2 - 2x + 2$에 접하는 직선의 방정식을 구하면?

① $y = x - 1$ 또는 $y = -x - 2$

② $y = x - 2$ 또는 $y = -3x - 1$

③ $y = 2x - 2$ 또는 $y = -6x - 2$

④ $y = 3x - 3$ 또는 $y = x + 1$

⑤ $y = 4x - 4$ 또는 $y = 5x + 3$

해설

점 $(0,\ -2)$를 지나는 직선의 방정식을 $y = mx - 2$라 하고
이 식과 이차함수 $y = x^2 - 2x + 2$를 연립하면
$x^2 - 2x + 2 = mx - 2$, $x^2 - (m+2)x + 4 = 0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$이다.
$D = (m+2)^2 - 4 \cdot 4 = 0$
$m^2 + 4m - 12 = 0$ $(m+6)(m-2) = 0$
$\therefore m = 2$ 또는 $m = -6$
따라서, 구하는 직선의 방정식은
$y = 2x - 2$ 또는 $y = -6x - 2$

8. 축의 방정식이 $x = 1$ 이고, 점 $(-2,\ 0)$ 을 지나며 y 절편이 3 인 이차 함수의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{8}$

해설

축이 $x = 1$ 이므로 $y = a(x-1)^2 + q$
두 점 $(-2,\ 0),\ (0,\ 3)$ 을 지나므로

$0 = a(-2-1)^2 + q,\ 9a + q = 0$
$3 = a(0-1)^2 + q, a + q = 3$
두 식을 연립하여 풀면
$a = -\frac{3}{8},\ q = \frac{27}{8}$
$y = -\frac{3}{8}(x-1)^2 + \frac{27}{8}$

따라서 $x = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{27}{8}$ 을 갖는다.

9. 이차함수 $y = -2x^2 + bx + c$ 가 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 8$

▷ 정답 : $c = -3$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 5) 이므로 이차함수의 식은 $y = -2(x-2)^2+5$ 이다.
$y = -2(x-2)^2 + 5$ 을 전개하면 $y = -2x^2 + 8x - 3$ 이므로 $b = 8, c = -3$ 이다.

10. $a-1 \le x \le a+4$ 에서 이차함수 $y=x^2-2ax+4$ 의 최댓값이 4 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$f(x)=x^2-2ax+4=(x-a)^2-a^2+4$
이때, 꼭짓점의 x 좌표 a 가 x 의 값의 범위에 속하므로
$x=a$ 일 때 최솟값, $x=a+4$ 일 때 최댓값을 갖는다.
즉, $f(a+4)=(a+4)^2-2a(a+4)+4=4$
$a^2+8a+16-2a^2-8a+4=4$
$a^2=16$
$\therefore a=4\ (a>0)$

11. $x^2+y^2=5$를 만족시키는 실수 x,y에 대하여 $2x-y$는 $x=\alpha, y=\beta$에서 최댓값 m을 갖는다. 이때, $m+\alpha+\beta$의 값은?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$2x-y=k$로 놓으면
$y=2x-k \cdots$ ㉠
㉠을 $x^2+y^2=5$에 대입하면
$x^2+(2x-k)^2=5$
$\therefore 5x^2-4kx+k^2-5=0 \cdots$ ㉡
㉡을 x에 대한 이차방정식으로 보면
x가 실수이므로
$\frac{D}{4}=4k^2-5(k^2-5)\ 0$, $k^2 \le 25$
$\therefore -5 \le k \le 5$
따라서 k의 최댓값은 5이다.
이 때의 x,y의 값은
㉡에서 $5x^2-20x+20=0$, $5(x-2)^2=0 \therefore x=2$
㉠에서 $y=4-5=-1$
따라서, $m=5, \alpha=2, \beta=-1$이므로
$m+\alpha+\beta=6$

12. 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를 y라고 할 때, y의 최댓값은?

① 90 ② 92 ③ 98 ④ 100 ⑤ 112

해설

가로를 x, 세로를 $20-x$라 하자.

$y = x(20-x)$
$= -x^2 + 20x$
$= -(x^2 - 20x)$
$= -(x^2 - 20x + 100 - 100)$
$= -(x-10)^2 + 100$

따라서 y의 최댓값은 100이다.

13. 사차방정식 $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4 = 0$ 의 서로 다른 두 허근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -2 & 1 & 0 & -4 \\ & & -1 & 3 & -4 & 4 \\ \hline 2 & 1 & -3 & 4 & -4 & \multicolumn{1}{|r}{0} \\ & & 2 & -2 & 4 & \\ \hline & 1 & -1 & 2 & \multicolumn{1}{|r}{0} & \end{array}$$

$(x+1)(x-2)(x^2-x+2)=0$
따라서 두 허근은 $x^2-x+2=0$ 의 근
허근의 합은 근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha+\beta=1$

14. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$일 때, 유리수 m의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$를 주어진 방정식에 대입하면
$(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$
이 식을 정리하면
$(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$
무리수가 서로 같은 조건에 의하여
$260 - 26m = 0$, $160 - 16m = 0$
따라서, $m = 10$
계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$도 근이다.
나머지 한 근을 α라고 하면 근과 계수와의 관계에서
$(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m$ ······㉠
$(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4$ ······㉡
㉠에서 $\alpha = m - 8$ ······㉢
㉡에서 $8\alpha = 2m - 4$ ······㉣
㉢을 ㉣에 대입하면 $8(m - 8) = 2m - 4$
$\therefore\ m = 10$

15. 다음은 삼차방정식 $x^3+px+1=0$의 한 근을 α라고 할 때, $-\alpha$ 는 $x^3+px-1=0$의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3+px^2+1=0$의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 말로 옳지 <u>않은</u> 것은?

> α는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
> $f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=$ (가)$=$ (나) $=0$ ($\because$ ㉠)
> 따라서 $-\alpha$는 $x^3+px-1=0$의 근이다. 또 $g(x)=x^3+px^2+1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=$ (다)$=$ (라)$=$ (마) $=0$($\because$ ㉠)
> 따라서, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

① (가) $(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$
② (나) $-(\alpha^3-p\alpha+1)$
③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$
④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)$
⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0$

해설

α는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
$f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$ $=-(\alpha^3+p\alpha+1)=0$ ($\because$ ㉠)
따라서 $-\alpha$ 는 $x^3+px-1=0$의 근이다.
또 $g(x)=x^3+px^2+1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$ $=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0=0$ ($\because$ ㉠)
따라서 $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

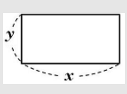
16. 가로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를
각각 $x$cm, $y$cm 라 하면



$x = y + 5 \quad \cdots\cdots$ ㉠
또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로
$2(x + y) = 34$ 즉, $x + y = 17 \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$y + 5 + y = 17$, $2y = 12$
$\therefore \; y = 6$
$y = 6$ 을 ㉠에 대입하면 $x = 11$
$\therefore \; xy = 11 \times 6 = 66$

17. 연립방정식 $\begin{cases} x^2+y^2+2x=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2+x+y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 을 풀면 $x=\alpha,\ y=\beta$ 또는 $x=\gamma,\ y=\delta$ 이다. 이 때, $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.
㉠ − ㉡에서 $x-y=-2$, 즉 $y=x+2$
㉠에 대입하여 정리하면
$x^2+3x+2=0$
$(x+1)(x+2)=0$
$\therefore\ x=-1,\ -2$
$\therefore\ x=-1,\ y=1$ 또는 $x=-2,\ y=0$
$\therefore\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2=6$

18. 다음 식을 만족하는 자연수의 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는?

$$\frac{4}{m}+\frac{2}{n}=1$$

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5개 이상

해설

$\frac{4}{m}+\frac{2}{n}=1$

$(m-4)(n-2)=8$

$8=1\times8=2\times4=4\times2=8\times1$이므로

$(m,n)=(5,\ 10),\ (6,\ 6),\ (8,\ 4),\ (12,\ 3)$

$\therefore$ 4쌍의 $(m,\ n)$이 존재한다.

19. 다음 중 조건 p가 조건 q이기 위한 필요충분조건인 것을 모두 고르면? (단, x, y는 실수)

㉠ $p : x = 0$ 또는 $y = 0$, $q : xy = 0$
㉡ $p : xy = 1$, $q : x = 1$ 이고 $y = 1$
㉢ $p : x$, y는 모두 짝수, $q : x + y$는 짝수

① ㉠　　② ㉡　　③ ㉢
④ ㉠, ㉡　　⑤ ㉡, ㉢

해설

㉡ 필요조건
㉢ 충분조건

20. 다음은 실수 $a,\ b,\ c$ 가 모두 양수일 때, $a^3+b^3+c^3-3abc \geq 0$ 임을 보이는 과정이다. [㉮] 안에 들어갈 알맞은 식은?

$$\begin{aligned}
&a^3+b^3+c^3-3abc\\
&=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)\\
&=\frac{1}{2}(a+b+c)(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)\\
&=\frac{1}{2}(a+b+c)(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)\\
&=\frac{1}{2}(a+b+c)\ [㉮] \geq 0
\end{aligned}$$

① $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$

② $(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2$

③ $(a+b)^2-(b+c)^2-(c+a)^2$

④ $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

⑤ $(a-b)^2-(b-c)^2-(c-a)^2$

해설

① $\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2\}$
$=(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$

21. $a>0, b>0$일 때, $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{4}{a}\right)$의 최솟값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{4}{a}\right)=ab+4+1+\frac{4}{ab}$

ab와 $\frac{4}{ab}$가 양수이므로

$ab+\frac{4}{ab}\geq 2\cdot\sqrt{ab\cdot\frac{4}{ab}}=4$

$\therefore ab+\frac{4}{ab}+5\geq 4+5=9$

22. 집합 $A = \{-1,\ 0,\ 1\}$ 이라 할 때, 함수 $f \ :\ A \ \rightarrow\ A$ 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수 f 의 가지수는?

① 2 가지　　② 3 가지　　③ 6 가지

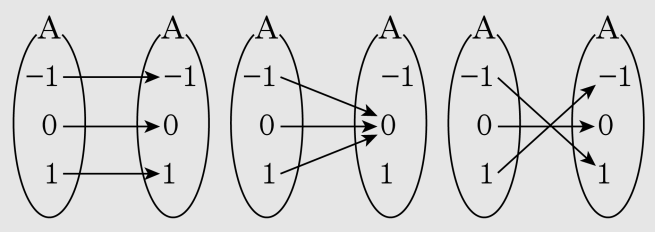
④ 8 가지　　⑤ 9 가지

해설

$f(-0) = -f(0)$

$\therefore f(0) = 0 \cdots$ ㉠

$f(-1) = -f(1) \cdots$ ㉡



㉠, ㉡을 만족하는 함수 f 는 위의 3 가지뿐이다.

23. 두 함수 $f(x) = x + k$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f \circ g = g \circ f$ 에서 $x^2 + 1 + k = x^2 + 2kx + k^2 + 1$
즉 $2kx + k^2 - k = 0$
모든 x에 대하여 성립하므로 $k = 0$

24. 다음에서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수를 모두 고른 것은?

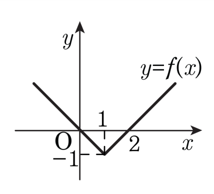
㉠ $f(x) = -x + 7$	㉡ $f(x) = \frac{3}{2}x$
㉢ $f(x) = -\frac{2}{x}$	㉣ $f(x) = x - 1$

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 인지 확인한다.
㉠ $(f \circ f)(x) = x$
㉡ $(f \circ f)(x) = \frac{9}{4}x$
㉢ $(f \circ f)(x) = x$
㉣ $(f \circ f)(x) = x - 2$
따라서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수는 ㉠, ㉢이다.

25. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)$ 는?



① $f(x) = |x+1|+1$

② $f(x) = |x+1|-1$

③ $f(x) = |x-1|+1$

④ $f(x) = |x-1|-1$

⑤ $f(x) = -|x-1|+1$

해설

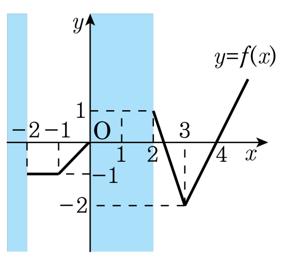
주어진 그래프는 함수 $y = |x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 $y = |x|$ 에 x 대신 $x-1$, y 대신 $y+1$ 을 대입하면

$y+1 = |x-1|$

$y = |x-1|-1$

$\therefore f(x) = |x-1|-1$

26. 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = -f(x)$를 만족시키는 함수 $y = f(x)$의 그래프의 일부분이 다음 그림과 같이 지워져 있다. 다음 보기는 함수 $y = f(x)$에 대한 설명이다. M, N의 합을 구하여라.



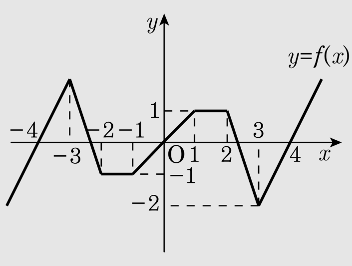
> $-4 \le x \le -2$일 때, $f(x)$의 최댓값은 M이고, $0 \le x \le 2$일 때, $f(x)$의 최댓값은 N이다.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = -f(x)$를
만족시키므로 주어진 함수는 기함수
즉, 원점 대칭이다. 따라서 그래프를 완성하면
다음 그림과 같으므로



$-4 \le x \le -2$일 때,
$f(x)$의 최댓값 $M = 2$이고,
$0 \le x \le 2$일 때,
$f(x)$의 최댓값 $N = 1$이다.
$\therefore M + N = 3$

27. x에 관한 이차방정식 $x^2-k(k+3)x+k^2-1=0$의 두 근 중 단 하나만이 양이 되기 위한 실수 k의 조건은?

① $-1<k\le 1$　② $-1<k<1$　③ $0<k\le 2$
④ $-1\le k\le 0$　⑤ $-1\le k\le 1$

해설

이차방정식의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하자.
(i) 한 근은 양, 다른 근은 음일 때,
$\alpha\beta=k^2-1<0,\ (k+1)(k-1)<0$
$\therefore\ -1<k<1$
(ii) 한 근은 양, 다른 근은 0일 때,
$\alpha+\beta=k(k+3)>0 \quad \therefore\ k>0,\ k<-3$
$\alpha\beta=k^2-1=0 \quad \therefore\ k=\pm 1$
따라서, $k=1$
그러므로, (i)과 (ii)에서 $-1<k\le 1$

28. $x+y=10$ 일 때, x^2+y^2 의 최솟값을 구하면?

① 10　② 24　③ 40　④ 45　⑤ 50

해설

$y=10-x$

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= x^2+(10-x)^2 \\ &= x^2+x^2-20x+100 \\ &= 2x^2-20x+100 \\ &= 2(x^2-10x+25-25)+100 \\ &= 2(x-5)^2+50 \end{aligned}$$

따라서 $x=5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

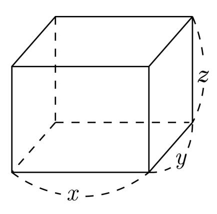
29. 삼차방정식 $x^3+2x^2+3x+4=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\dfrac{\beta+\gamma}{\alpha}+\dfrac{\gamma+\alpha}{\beta}+\dfrac{\alpha+\beta}{\gamma}$의 값을 구하면?

① $-\dfrac{1}{2}$　② $-\dfrac{3}{4}$　③ -1　④ $-\dfrac{3}{2}$　⑤ -2

해설

삼차 방정식의 근과 계수의 관계에서
$\alpha+\beta+\gamma=-2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$, $\alpha\beta\gamma=-4$
$\beta+\gamma=-2-\alpha$, $\gamma+\alpha=-2-\beta$, $\alpha+\beta=-2-\gamma$를 이용하면
(주어진 식)$=\dfrac{-2-\alpha}{\alpha}+\dfrac{-2-\beta}{\beta}+\dfrac{-2-\gamma}{\gamma}$
$=-2\left(\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}\right)-3$
$=-2\left(\dfrac{\beta\gamma+\alpha\gamma+\alpha\beta}{\alpha\beta\gamma}\right)-3=-\dfrac{3}{2}$

30. 다음 그림과 같이 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 x, y, z 인 직육면체의 12 개의 모서리의 길이가 평균이 8 , 표준편차가 2 이다. 이 때, 6 개면의 넓이의 평균은?



① 53 ② 56 ③ 59

④ 62 ⑤ 65

해설

$$\frac{4(x+y+z)}{12} = 8 \Rightarrow x+y+z = 24$$

$$\frac{4(x^2+y^2+z^2)}{12} - 8^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2 = 204$$

$$xy+yz+zx = \frac{(x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2)}{2} = 186$$

$$\frac{2(xy+yz+zx)}{6} = \frac{xy+yz+zx}{3} = \frac{186}{3} = 62$$

31. 다항식 $f(x)$ 가 임의의 실수 x, y에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$, $f(1) = 1$ 을 만족시킬 때, $f(0) + f(2)$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

임의의 실수에 대하여
$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$를 만족하므로
$x = 1$, $y = 1$ 을 준식에 대입하면
$1 = 1 \cdot 1 = f(1)f(1) = f(2) + f(0)$
$\therefore f(0) + f(2) = 1$

32. 퀴즈대회에 나간 호준이는 다음에 주어진 마지막 문제를 맞히면 우승이다. 호준이가 우승할 수 있는 답을 고르면?

집합 $\mathrm{A}=\{a,\ b,\ c\}$일 때, A에서 A로의 함수 $f:\mathrm{A}\rightarrow\mathrm{A}$에 대하여,
함수의 개수는 m개,
일대일 대응 함수의 개수는 n개,
상수 함수는 s개,
항등함수는 r개이다.
$m+n+s+r$의 값을 구하여라.

① 21 ② 27 ③ 33 ④ 37 ⑤ 43

해설
함수의 개수는 $3^3=27$(가지) $\therefore\ m=27$
일대일 대응의 개수는
$3\times2\times1=6$(가지) $\therefore\ n=6$
상수함수의 개수는 치역이 a,b,c인 경우의 3가지
$\therefore\ s=3$
항등함수의 개수는 1가지 $\therefore\ r=1$
따라서 $m+n+s+r=27+6+3+1=37$

33. 함수 $f(x)=x+2$ 에 대하여 $f\circ f=f^2,\ f\circ f^2=f^3,\cdots f\circ f^{99}=f^{100}$ 으로 정의할 때, $f^{100}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$f(x)=x+2$

$f^2(x)=f(f(x))=f(x+2)=(x+2)+2$

$=x+2\cdot 2$

$f^3(x)=f(f^2(x))=f(x+2\cdot 2)=(x+2\cdot 2)+2$

$=x+2\cdot 3$

$\vdots$

$f^{100}(x)=x+2\cdot 100$

$\therefore\ f^{100}(1)=1+2\cdot 100=201$