

1. 이차방정식 $(2x + 6)(x - 1) = 0$ 이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

$$2x + 6 = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a \times b = -3 \times 1 = -3$$

2. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -2$ 또는 $x = 4$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2x^2 + ax + b = 0$ 의 해가
 $x = -2$ 또는 $x = 4$ 이므로
 $2(x + 2)(x - 4) = 0$
 $2(x^2 - 2x - 8) = 0$
 $2x^2 - 4x - 16 = 0$
 $\therefore a = -4, b = -16$
 $\frac{b}{a} = \frac{-16}{-4} = 4$

3. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

4. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4, -2$$

$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 4, -5$$

따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

5. 다음 보기 중 m 의 값이 다른 하나는?

보기

㉠ $m^2 - 2m + 1 = 0$

㉡ $-m^2 + 2m - 1 = 0$

㉢ $-4m + 2m^2 + 2 = 0$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$

㉤ $4 + 4m^2 - 8m = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤ $(m - 1)^2 = 0$

$\therefore m = 1$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0, m = 1 \pm \sqrt{2}$

6. 이차방정식 $x^2+ax+a-1=0$ 이 중근을 갖기 위한 a 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 8

해설

중근을 가지려면 $x^2+ax+a-1$ 가 완전제곱식이 되어야 한다.

$$\therefore \left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = a-1, \frac{a^2}{4} = a-1$$

$$a^2-4a+4=0, (a-2)^2=0$$

$$\therefore a=2$$

7. 이차방정식 $(x - 4)^2 = 8$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(x - 4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a + b = (4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) = 8$$

8. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(x-5) &= 4 \\ x^2 - 6x + 5 &= 4 \\ (x-3)^2 - 9 + 5 &= 4 \\ \therefore (x-3)^2 &= 8 \\ a &= -3, b = 8 \\ \therefore a+b &= 5\end{aligned}$$

9. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

- ①

-2
- ②

-1
- ③

0
- ④

1
- ⑤

2

해설

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$
이므로
 $(-5) + 1 + 2 = -2$ 이다.

10. 이차방정식 $\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

- ① -1 ② 11 ③ 5 ④ -8 ⑤ 10

해설

양변에 12를 곱하면 $9x^2 + 6x - 10 = 0$

근의 공식(깍수 공식)을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+90}}{9} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{11}}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{3}, A = -1, B = 11$$

$$\therefore A + B = -1 + 11 = 10$$

11. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

12. 이차방정식 $a^2x^2 + 2(2-a)x + 1 = 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 0 ② 2 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ -1

해설

$$D = 4(2-a)^2 - 4a^2 < 0$$

$$\therefore a > 1$$

13. 이차방정식 $x^2 + ax - (a + 1) = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $x = -3$

② $x = -1$

③ $x = 1$

④ $x = 2$

⑤ $x = 3$

해설

$x = 2$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$4 + 2a - a - 1 = 0 \quad \therefore a = -3$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 다른 한 근은 $x = 1$ 이다.

14. 이차방정식 $2x^2 - ax - 2a = 0$ 의 한 근이 a 일 때, 두 근의 합을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

$x = a$ 를 방정식에 대입하면 $2a^2 - a^2 - 2a = 0$, $a(a - 2) = 0$
 $a > 0$ 이므로 $a = 2$
 $a = 2$ 를 방정식에 대입하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = -1$
따라서 두 근의 합은 1 이다.

15. 이차방정식 $x^2 + ax - 16 = 0$ 의 한 근이 8 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 합을 구하면?

① -8 ② 8 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

해설

$x^2 + ax - 16 = 0$ 에
 $x = 8$ 을 대입하면 $a = -6$
 $x^2 - 6x - 16 = 0$
 $(x - 8)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = 8$ 또는 $x = -2$
 $\therefore a + x = -6 - 2 = -8$

16. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 4a = 0$ 의 한 근이 4 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + 3ax - 4a = 0$ 의 한 근이 4 이므로

$$16 + 12a - 4a = 0$$

$$8a = -16,$$

$$a = -2$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2$ 이다.

17. 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 3 = 0$ 의 해가 $a, 1$ 일 때, $p + a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$x^2 - px + 2p + 3 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $p = -4$

$x^2 - px + 2p + 3 = 0$ 에 $p = -4$ 를 대입하면

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x - 1)(x + 5) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore p + a = -4 - 5 = -9$$

18. 두 이차방정식 $2x^2 - 2x - 12 = 0$, $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$2x^2 - 2x - 12 = 2(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

$$3x^2 - 11x + 6 = (3x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 동시에 만족하는 x 의 값은 3 이다.

19. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이라면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$2(x - 4x + 4) = 0$

$2(x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

20. 이차방정식 $4(x+a)^2 = b(b > 0)$ 의 해가 $x = 3 \pm \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(x+a)^2 = \frac{b}{4}$ 에서 $x+a = \pm \sqrt{\frac{b}{4}}$, $x = -a \pm \sqrt{\frac{b}{4}}$ 이므로
 $a = -3, b = 20$
 $\therefore a + b = 17$

21. 이차방정식 $2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개일 때, 이 근을 a 라고 한다. 이 때, a 의 값은?

① 3

② -4

③ 5

④ 4

⑤ -5

해설

$2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개이므로 $m = 0$ 이다.

$2(a-5)^2 = 0$

$\therefore a = 5$

22. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$

④ $-\frac{b}{2a}$
- ② $\frac{b}{2a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$
$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

∴ ③이 잘못되었다.

23. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$

24. 이차방정식 $(x+3)^2 - 8(x+3) - 9 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x+3=t$ 로 치환하면
 $t^2 - 8t - 9 = 0$,
 $(t-9)(t+1) = 0$,
 $t=9$ 또는 $t=-1$,
 $x+3=9$ 또는 $x+3=-1$,
 $x=6$ 또는 $x=-4$,
따라서 두 근의 합은 $6-4=2$ 이다.

25. 다음 이차방정식이 증근을 가질 때, 상수 a 의 값 중 작은 값은?

$16x^2 + 4ax + 2a - 3 = 0$

- ① 2
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 8

해설

$(4a)^2 - 4 \times 16(2a - 3) = 0$
 $a^2 - 8a + 12 = 0$
 $a = 2, 6$
 $\therefore a$ 의 값 중 작은 값은 2 이다.

26. 다음 방정식 중에서 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 4x + 4 = 0$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$

③ $x^2 = x - 1$

④ $x^2 = x - \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 - 6x = -9$

해설

③ $D = 1 - 4 < 0$ $\therefore$ 근이 없다.

27. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$ 에서 $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$
 $D = (2m)^2 - 4(m + 2) = 0$
 $4m^2 - 4m - 8 = 0$
 $m = 2$ 또는 $m = -1$
따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

28. 이차방정식 $5x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근의 합이 1 이고, 큰 근이 작은 근보다 5 가 클 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

두 근을 $e, f (e > f)$ 라 하면 $e = f + 5$ 이고, $e + f = 1$ 이므로
연립하면 $e = 3, f = -2$ 이다.

따라서 두 근은 3, -2 이다.

3, -2 를 두 근으로 $5x^2 - ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = 5, b = -30$ 가 나온다.

따라서 $a + b = 5 + (-30) = -25$ 이다.

29. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서
 $x^2 + 4ax = -b$
 $x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$
 $(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$
 $x + 2a = \pm \sqrt{4a^2 - b}$
 $\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$
따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면
 $\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$
 $\therefore b = -8$
따라서 $a - b = 7$ 이다.

30. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.