

1. 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\left(2x - \frac{1}{3}y\right)^2$

② $\left(\frac{1}{3}y - 2x\right)^2$

③ $\left\{-\left(2x - \frac{1}{3}y\right)\right\}^2$

④ $-\left(-\frac{1}{3}y + 2x\right)^2$

⑤ $\left(2x + \frac{1}{3}y\right)^2 - \frac{8}{3}xy$

해설

①, ②, ③, ⑤ : $4x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{9}y^2$

④ : $-4x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{1}{9}y^2$

2. 두 이차식 $xy + x + y + 1$, $x^2 - xy + x - y$ 에 공통으로 들어 있는 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 1$

해설

$$\begin{aligned} xy + x + y + 1 &= x(y + 1) + y + 1 \\ &= (x + 1)(y + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - xy + x - y &= x(x - y) + x - y \\ &= (x + 1)(x - y) \end{aligned}$$

3. 다음 두 다항식 $x^2 + 3x + 2$, $2x^2 + 3x - 2$ 의 공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은?

- ① x
- ② $x + 2$
- ③ $2x + 3$
- ④ $3x$
- ⑤ $3x + 1$

해설

$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$
 $2x^2 + 3x - 2 = (2x - 1)(x + 2)$
공통인 인수는 $(x + 2)$ 이고,
공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은 $(x + 1) + (2x - 1) = 3x$ 이다.

4. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

(1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고 $(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.
(2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2-22x+24$ 에서 상수항 $+24$ 를 맞게 보았고,
을은 $3x^2-18x-21$ 에서 x 의 계수 -18 을 맞게 보았다.
따라서 $3x^2-18x+24=3(x-2)(x-4)$
 $\therefore a=3, b=2, c=4$
 $\therefore a+b+c=9$

5. $(2x-1)^2-9$ 를 인수분해 하여 $a(x+b)(x+c)$ 로 나타낼 때, $bc-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $bc-a=-6$

해설

$$\begin{aligned}(2x-1)^2-9 &= (2x-1+3)(2x-1-3) \\ &= (2x+2)(2x-4) \\ &= 4(x+1)(x-2) \\ &= a(x+b)(x+c)\end{aligned}$$

$$a=4, b=1, c=-2$$

$$\therefore bc-a=-2-4=-6$$

6. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)-p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 p 를 구하면?

① -16 ② -4 ③ 2 ④ 8 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 8x &= A \text{ 라 하면} \\(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) - p \\&= (A + 7)(A + 15) - p \\&= A^2 + 22A + 105 - p = (A + 11)^2 \\\therefore 105 - p &= 121 \\\therefore p &= -16\end{aligned}$$

7. $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$ 을 전개하면?

① $4x^2 - 3y^2 - 1$

② $4x^2 - 9y^2 - 1$

③ $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

④ $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$

⑤ $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1) \\ &= \{2x - (3y - 1)\} \{2x + (3y - 1)\} \\ &= (2x)^2 - (3y - 1)^2 \\ &= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1) \\ &= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1 \end{aligned}$$

8. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$$\begin{aligned} 2 &= 4 - 2 \text{ 이므로} \\ (4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) \\ &= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) \\ &= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8) \\ &= (4^8-2^8)(4^8+2^8) \\ &= 4^{16} - 2^{16} \\ \therefore a+b &= 16+16=32 \end{aligned}$$

9. 상수 a, b, c 에 대하여 $(5x + a)(bx + 6) = 10x^2 + cx - 54$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(5x + a)(bx + 6) = 5bx^2 + (30 + ab)x + 6a$$

$$5bx^2 + (30 + ab)x + 6a = 10x^2 + cx - 54$$

$$5b = 10 \quad \therefore b = 2$$

$$6a = -54 \quad \therefore a = -9$$

$$30 + ab = c, (30 - 18) = 12 \quad \therefore c = 12$$

$$\therefore a + b + c = -9 + 2 + 12 = 5$$

10. $Ax^2 + 36x + B = (2x + C)^2$ 에서 양수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 4

② 9

③ 81

④ 90

⑤ 94

해설

$Ax^2 + 36x + B = 4x^2 + 2 \times 2Cx + C^2$ 이므로 $A = 4, B = 81, C = 9$ 이다.

따라서 $A + B + C = 4 + 81 + 9 = 94$ 이다.

11. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$\boxed{\text{㉠}}$

$x^2 + 36x + \boxed{\text{㉡}} = (2x + \boxed{\text{㉢}})^2$

$6x^2 + x + \boxed{\text{㉣}} = (3x + 5)(2x + \boxed{\text{㉤}})$

- ① ㉠, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉣
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

$\text{㉠}: 2^2 = 4$

$\text{㉡}: 4 \times \text{㉡} = 36, \therefore \text{㉡} = 9$

$\text{㉢}: 9^2 = 81$

$\text{㉣}: 10 + 3 \times \text{㉣} = 1, \therefore \text{㉣} = -3$

$\text{㉤}: (-3) \times 5 = -15$

12. $(x + y + 4)(x - y + 4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x - y + 4)$

② $(x + y - 4)^2$

③ $(x - y - 2)(x + y + 8)$

④ $(x + y - 4)(x - y - 4)$

⑤ $(-x - y + 4)(x - y + 4)$

해설

$$\begin{aligned}x + 4 &= t \text{ 라 하면} \\(t + y)(t - y) - 16x \\&= t^2 - y^2 - 16x \\&= (x + 4)^2 - 16x - y^2 \\&= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2 \\&= (x^2 - 8x + 16) - y^2 \\&= (x - 4)^2 - y^2 \\&= (x + y - 4)(x - y - 4)\end{aligned}$$

13. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13
- ② 15
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15 \end{aligned}$$

14. $a = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$, $b = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ 일 때, $a^2 + 3ab + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + 3ab + b^2 \\ &= (a+b)^2 + ab \\ &= \left(\frac{1}{3-2\sqrt{2}} + \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \\ &= \left(\frac{3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \right)^2 + \frac{1}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \\ &= \left(\frac{6}{9-8} \right)^2 + \frac{1}{9-8} = 36 + 1 = 37 \end{aligned}$$

15. $(a + b + c - d)(a - b + c + d) + (a + b - c + d)(-a + b + c + d)$ 를 전개하면?

① $3ac + 3bd$

② $4ac + 4bd$

③ $5ad + 5bc$

④ $4ad - 4bc$

⑤ $5ad - 5bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b + c - d)(a - b + c + d) + (a + b - c + d)(-a + b + c + d) \\ &= \{(a + c) + (b - d)\}\{(a + c) - (b - d)\} + \{(b + d) + (a - c)\}\{(b + d) - (a - c)\} \\ &= (a + c)^2 - (b - d)^2 + (b + d)^2 - (a - c)^2 \\ &= a^2 + 2ac + c^2 - b^2 + 2bd - d^2 + b^2 + 2bd + d^2 - a^2 + 2ac - c^2 \\ &= 4ac + 4bd \end{aligned}$$

16. $(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} & (3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) \\ &= a3^b - 2^c \text{ 에서 양변에 } (3-2) \text{ 를 곱하면} \\ & (3-2)(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = (3-2)(a3^b - 2^c) \\ & (3^2-2^2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c \\ & (3^4-2^4)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c \\ & 3^{32} - 2^{32} = a3^b - 2^c \\ \therefore a &= 1, b = 32, c = 32 \\ \therefore a + b + c &= 65 \end{aligned}$$

17. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

② $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

④ $3x^2 + 6x + 3 = 3(x + 1)^2$

⑤ $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

해설

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

18. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ 을 인수분해하면?

① $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

② $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab + b)$

③ $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab - b)$

④ $(a^2 + ab - b)(a^2 - ab + b)$

⑤ $(a + ab + b^2)(a - ab + b^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)\end{aligned}$$

19. $a + b = -1$, $(a + 1)(b + 1) = -12$ 일 때, 다음 식의 값은?

$a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$

- ① -25
- ② -24
- ③ -23
- ④ -22
- ⑤ -21

해설

$$\begin{aligned}(a + 1)(b + 1) &= ab + (a + b) + 1 = -12 \\ a + b &= -1 \text{ 이므로 } ab = -12 \\ a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \\ &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a + b)(a^2 + b^2) \\ &= (a + b)\{(a + b)^2 - 2ab\} \\ &= (-1) \\ &\quad \times \{(-1)^2 - 2 \times (-12)\} \\ &= (-1) \times 25 = -25\end{aligned}$$

20. $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $x^4 - x^2 - y^4 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-20\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{\sqrt{2}+1}, y = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \text{ 에서} \\x &= \sqrt{2}-1, y = \sqrt{2}+1 \\ \therefore x^4 - x^2 - y^4 + y^2 \\&= x^4 - y^4 - (x^2 - y^2) \\&= (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) \\&= (x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 1) \\&= \left\{ (\sqrt{2}-1)^2 - (\sqrt{2}+1)^2 \right\} \\&\quad \left\{ (\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2 - 1 \right\} \\&= (-4\sqrt{2}) \times 5 \\&= -20\sqrt{2}\end{aligned}$$