

1. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ② 아래로 볼록인 포물선이다.
- ③ $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다.
- ⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 y 축에 대한 대칭이다.

해설

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 x 축에 대한 대칭이다.

2. 이차함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 = 0,$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

3. 이차함수 $y = x^2 + 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(1, 3)$, $(-1, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = 1^2 + 3 \times 1 + a, \quad a = -1 \quad \therefore y = x^2 + 3x - 1$$

점 $(-1, b)$ 를 지나므로 $x = -1, y = b$ 를 대입하면

$$b = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 1 = -3 \quad \therefore b = -3$$

따라서 $a = -1, b = -3$ 이므로 $ab = (-1) \times (-3) = 3$ 이다.

4. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은?

보기

- ㉠ $(2, -4)$ ㉡ $(-4, -16)$ ㉢ $(3, 9)$
㉤ $(-4, -32)$ ㉥ $(4, -2)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수를 $f(x) = ax^2$ 이라 하자.
 $f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로 $25a - a = -24$, $24a = -24$, $a = -1$ 이다.
 $\therefore f(x) = -x^2$
㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \quad \therefore (2, -4)$
㉤ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \quad \therefore (-4, -16)$
따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉡이다.

5. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점은 원점이다.
- ② 대칭축은 y 축이다.
- ③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $(y \mid y \leq 0)$ 이다.

해설

③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

6. 함수 $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 함수의 y 의 값의 범위를 구하면?

① $y \leq 0$

② $y \geq 0$

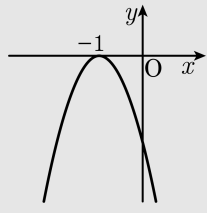
③ $y \leq -1$

④ $y \geq -1$

⑤ $y \geq 1$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프를 그리면 다음과 같다.



7. 이차함수 $y = -3(x + 4)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $a + p + q$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

$y = ax^2$ 을 x 축으로 p 만큼, y 축으로 q 만큼 평행이동한 식은 $y = a(x - p)^2 + q$ 이다.
 $\therefore a = -3, \quad p = -4, \quad q = -2$
 $\therefore a + p + q = -3 + (-4) + (-2) = -9$

8. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 (4, 0)이고 위로 볼록한 그래프이므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

9. 이차함수 $y = 3(x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하면?

① $y = 3(x - 4)^2 - 2$

② $y = -3(x - 4)^2 - 5$

③ $y = 3(x - 1)^2 - 5$

④ $y = -3(x - 1)^2 - 2$

⑤ $y = -3(x - 4)^2 + 2$

해설

y 축 방향으로 3만큼 평행이동하면

$$y = 3(x - 4)^2 - 5 + 3 = 3(x - 4)^2 - 2$$

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = 3(x - 4)^2 - 2$$

$$y = -3(x - 4)^2 + 2$$

10. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

11. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 1$

② $x < 1$

③ $x > 0$

④ $x > -1$

⑤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x + 10 \\ &= -2(x + 1)^2 + 12 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

12. $y = 2x^2 + 4x + k + 8$ 이 x 축과 한 점에서 만날 때의 x 좌표와 k 의 값의 합을 구하면?

① -11 ② -7 ③ -3 ④ 1 ⑤ 5

해설

$$y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k + 8$$

$$y = 2(x + 1)^2 + k + 6 \text{ 의 꼭짓점이 } (-1, k + 6) \text{ 이므로 } k + 6 = 0$$

$$\therefore k = -6$$

x 축과 한 점에서 만날 때의 x 좌표는 꼭짓점의 x 좌표이므로 -1 이다.

따라서 x 좌표와 k 의 값의 합은 $(-1) + (-6) = -7$ 이다.

13. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 증근을 가지므로 $D = 0$ 일 때이다.

14. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

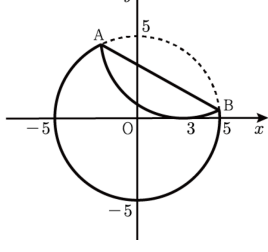
① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

15.

다음 그림과 같이 원 $x^2+y^2=25$ 를 점 $(3, 0)$ 에서 x 축과 접하도록 $\overline{AB}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. 선분 AB의 길이는?



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

16. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

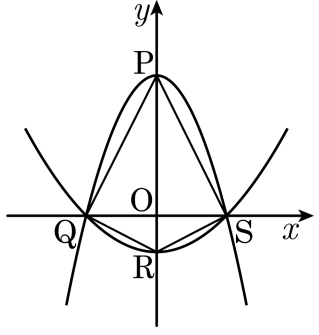
- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

17. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



- ㉠ 점 $P(0, 4)$ 이고, 점 $R(0, -1)$ 이다.
 ㉡ 점 $Q(2, 0)$ 이고, 점 $S(-2, 0)$ 이다.
 ㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.
 ㉤ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.
 ㉥ $\square PQRS = 12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$
 함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$
 $y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2, 0)$, $S(2, 0)$ 이다.
 $\overline{QS} = 4$
 또, $P(0, 4)$ 이고 $R(0, -1)$
 $\triangle PRS = \triangle QPR = 5$
 따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

18. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

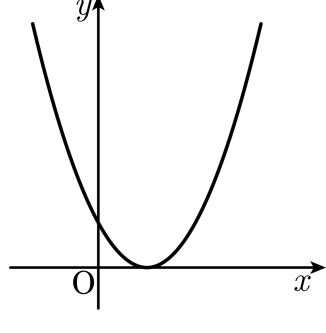
$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

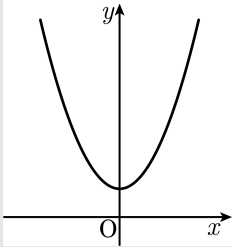
19. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



- ① 제1, 2 사분면 ② 제3, 4 사분면
 ③ 제1, 2, 4 사분면 ④ 제2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.
 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
 따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



20. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$

$f(-3) = f(1)$ 이므로

$$9a - 3b + c = a + b + c$$

$$2a = b$$

또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

21. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a , b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

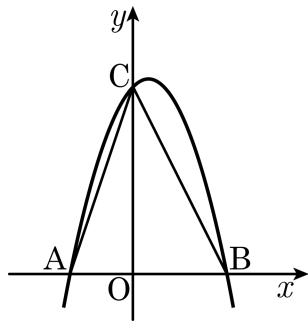
해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

22. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

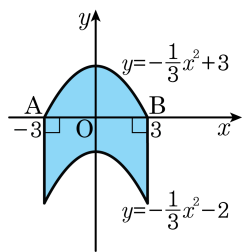
$-x^2 + x + 6 = 0$, $(x - 3)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

23. 다음 그림은 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만날 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



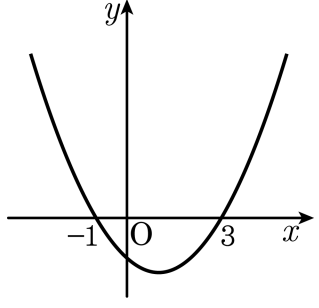
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

색칠한 부분 중 $y > 0$ 인 부분을 잘라 아래에 붙이면 직사각형 모양이 된다. 가로 길이는 6 이고, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 에 $x = 3$ 를 대입하면 $y = -5$ 이므로 높이는 5 이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $6 \times 5 = 30$ 이다.

24. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 $\therefore b < 0$
y 절편이 음수이므로 $c < 0$
㉠ x 축과의 교점이 2 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
㉡ $abc > 0$
㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

25. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 과 $y = a(x - 1)^2 + b$ 의 그래프가 서로의 꼭짓점을 지날 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$ 의 꼭짓점은 $(2, 1)$

$y = a(x - 1)^2 + b$ 의 꼭짓점은 $(1, b)$

$(1, b)$ 를 $y = x^2 - 4x + 5$ 에 대입하면 $b = 2$

$(2, 1)$ 을 $y = a(x - 1)^2 + b$ 에 대입하면 $a = -1$

$\therefore a = -1, b = 2$