

1. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

2. 다항식 $2x^2 + 5x + 2$ 와 $x^2 - 1$ 을 인수분해 했을 때 나오는 인수가 아닌 것은?

① $x + 2$

② $2x + 1$

③ $x - 1$

④ $x + 1$

⑤ $x - 2$

해설

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x + 1)(x + 2)$$

$$x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$$

3. $(x+y)(x+y+2) - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x+y+1)(x+y-3)$

② $(x+y-1)(x+y-3)$

③ $(x+y-1)(x+y+3)$

④ $(x+y+1)(x+y+3)$

⑤ $(x+y-1)(x+y-2)$

해설

$x+y=A$ 라고 놓으면,

$$A(A+2) - 3 = A^2 + 2A - 3$$

$$= (A-1)(A+3)$$

$$= (x+y-1)(x+y+3)$$

4. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

5. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가

$x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 이므로

$$(x + 3)(3x - 5) = 0$$

$$3x^2 + 4x - 15 = 0$$

$$\therefore a = 4, b = -15$$

$$a - b = 4 - (-15) = 19$$

6. 이차방정식 $ax^2 + x + 2a = 0$ 의 한 근이 2 이다. 다른 한 근을 b 라 할 때, ab 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{3}$

해설

$ax^2 + x + 2a = 0$ 에 $x = 2$ 대입

$$4a + 2 + 2a = 0, a = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{2}{3} = 0$$

각 항에 -3 을 곱하면

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$x = 2$ 또는 $x = 1$ (다른 한 근)

$$b = 1, ab = -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$$

7. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

▶ **답:**

▷ **정답:** $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$$
$$\therefore x = 4, -2$$
$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$$
$$\therefore x = 4, -5$$

따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

8. 다음 방정식 중에서 증근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$	㉡ $4x^2 + 12x + 9 = 0$
㉢ $x^2 - 10x + 25 = 0$	㉣ $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0$
㉤ $9x^2 - 30x + 25 = 0$	

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

모두 증근을 갖는다.

$$\text{㉠ } x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (증근)}$$

$$\text{㉡ } 4x^2 + 12x + 9 = 0 \Rightarrow (2x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ (증근)}$$

$$\text{㉢ } x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (증근)}$$

$$\text{㉣ } \frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ (증근)}$$

$$\text{㉤ } 9x^2 - 30x + 25 = 0 \Rightarrow (3x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} \text{ (증근)}$$

9. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

11. $3x-2$ 이 $3x^2-ax+8$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - ax + 8 &= (3x-2)(x+p) \\ &= 3x^2 + 3px - 2x - 2p \\ &= 3x^2 + (3p-2)x - 2p \end{aligned}$$

$-2p = 8$, $p = -4$ 이고,
 $3p - 2 = -a$, $a = 14$ 이다.

12. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $25x^2 - 20xy + 4y^2 = (5x - 2y)^2$

② $ax^2 + 2ax + a = (ax + 1)^2$

③ $\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{9}{16}b^2 = \left(\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}b\right)^2$

④ $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$

⑤ $(xy)^2 + 22xy + 11^2 = (xy + 11)^2$

해설

② $ax^2 + 2ax + a = a(x + 1)^2$

13. 다항식 $8x^2 - 14x + 3$ 을 인수분해 하였더니 $(ax+b)(cx+d)$ 가 되었다.

$a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -8 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$8x^2 - 14x + 3 = (4x - 1)(2x - 3) = (ax + b)(cx + d)$$

$$\therefore a + b + c + d = 4 - 1 + 2 - 3 = 2$$

14. 다항식 $(a+b)^2 - (a+b)a - 2a^2$ 을 다항식 두 개의 곱으로 나타낼 때 두 식을 다음 중에서 고르면?

- ① $(2a-b)$ ② $(b-a)$ ③ $(a+b)$
④ $(2a+b)$ ⑤ $2a$

해설

$$\begin{aligned} a+b &= x \text{로 치환하면} \\ x^2 - ax - 2a^2 &= (x-2a)(x+a) \\ &= (a+b-2a)(a+b+a) \\ &= (b-a)(2a+b) \end{aligned}$$

15. 다음 식에서 $A + B$ 의 값을 구하면?

$$\begin{aligned} & (3x - 1)^2 - 9(2x + 3)^2 \\ & = (Ax + 8)(-3x - B) \end{aligned}$$

- ① 14 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & 3x - 1 = a, \quad 2x + 3 = b \text{ 라 하면} \\ & a^2 - 9b^2 = (a + 3b)(a - 3b) \\ & = \{(3x - 1) + 3(2x + 3)\}\{(3x - 1) - 3(2x + 3)\} \\ & = (9x + 8)(-3x - 10) \\ & A = 9, \quad B = 10 \\ & \therefore A + B = 19 \end{aligned}$$

16. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) - p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 p 를 구하면?

㉠ -16 ㉡ -4 ㉢ 2 ㉣ 8 ㉤ 12

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 8x &= A \text{ 라 하면} \\(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) - p & \\= (A + 7)(A + 15) - p & \\= A^2 + 22A + 105 - p = (A + 11)^2 & \\ \therefore 105 - p = 121 & \\ \therefore p = -16 & \end{aligned}$$

17. 다음 중 $4x^2 - 9y^2 - 30y - 25$ 의 인수가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ㉠ $(2x + 3y + 5)$
- ㉡ $(2x - 3y + 5)$
- ㉢ $(2x - 3y - 5)$
- ㉣ $(2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5)$
- ㉤ $(2x + 3y - 5)(2x - 3y + 5)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

$$\begin{aligned} & 4x^2 - 9y^2 - 30y - 25 \\ &= 4x^2 - (9y^2 + 30y + 25) \\ &= 4x^2 - (3y + 5)^2 \\ &= (2x)^2 - (3y + 5)^2 \\ &= (2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5) \end{aligned}$$

따라서 인수는 $(2x + 3y + 5)$ 와 $(2x - 3y - 5)$ 와 $(2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5)$ 이다.

18. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= (x - (y - 2))(x + (y + 4)) \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ \therefore & a = 1, b = -1, c = 2 \\ \therefore & a + b + c = 2 \end{aligned}$$

19. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

① $-4\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

20. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

21. 둘레가 48cm인 직사각형 모양의 땅의 넓이가 140cm^2 일 때, 이 땅의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x
세로의 길이를 $24 - x$ 라고 하면
 $x(24 - x) = 140$, $x^2 - 24x + 140 = 0$
 $(x - 14)(x - 10) = 0$
 $x = 10$ 또는 14
가로 14, 세로 10 또는 가로 10, 세로 14
가로와 세로의 길이의 차이 : 4cm

22. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\ &= \{(a - b) - 2\}^2 \\ &= \{(\sqrt{3} + 2) - 2\}^2 \\ &= 3\end{aligned}$$

23. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

24. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

27. 다음 식의 값은?

$$\frac{2(319^2 - 181^2)}{37^2 - 13^2}$$

- ① 71 ② 86 ③ 98 ④ 115 ⑤ 138

해설

$$\begin{aligned} \frac{2(319^2 - 181^2)}{37^2 - 13^2} &= \frac{2(319 + 181)(319 - 181)}{(37 + 13)(37 - 13)} \\ &= \frac{2 \times 500 \times 138}{50 \times 24} = 115 \end{aligned}$$

28. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A, B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$