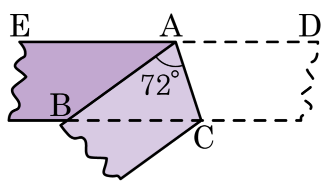
1. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



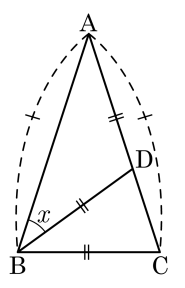
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

2. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



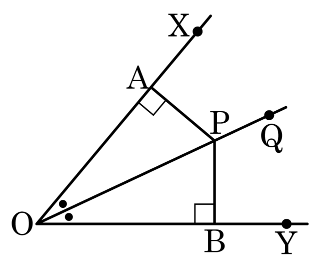
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 36°

해설

$\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle A = \angle ABD = \angle x$
$\overline{BD} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle C = 2\angle x$
$\angle A + \angle ABC + \angle C = 180°$ 이므로
$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180°$
따라서 $5\angle x = 180°$, $\angle x = 36°$ 이다.

3. 다음은 XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}, \overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 나타내기 위해서 이용한 합동조건은?

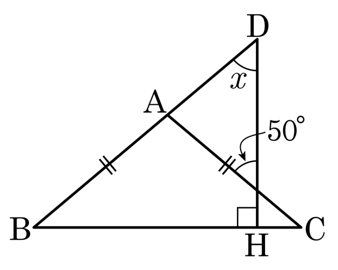


① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ AAA 합동
④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ (공통), $\angle OAP = \angle OBP = 90°$ 이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
$\therefore$ RHA 합동

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle x$의 값은?

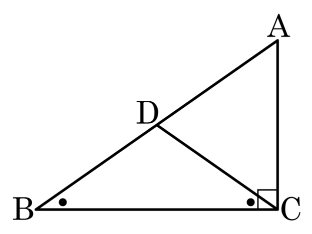


① $40°$ ② $42°$ ③ $45°$ ④ $48°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle CPH$와 $\angle APD$는 맞꼭지각이므로
$\angle CPH = \angle APD = 50°$
이때, $\triangle CPH$에서 $\angle PCH = 40°$
또, $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = 40°$
$\triangle BHD$의 세 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x + 40° + 90° = 180°$
$\therefore \angle x = 50°$

5. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



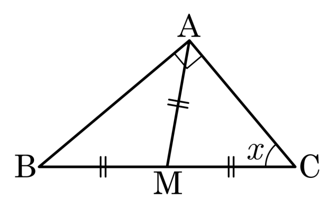
> $\angle B =$ $\boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
> 따라서 $\overline{BD} =$ $\boxed{(나)}$ 이다.
> 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
> $\angle ACD +$ $\boxed{(다)}$ $= \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° -$ $\boxed{(라)}$ 이다.
> 그런데 $\angle B =$ $\boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
> 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
> $\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

① (가) :$\angle ADC$ ② (나) : $\overline{BC}$ ③ (다) : $\angle BDC$
④ (라) : $\angle BCD$ ⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

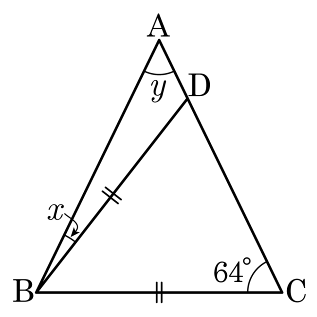


① 30°   ② 40°   ③ 50°   ④ 60°   ⑤ 70°

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.
$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BD}$이고 $\angle C = 64^\circ$일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?

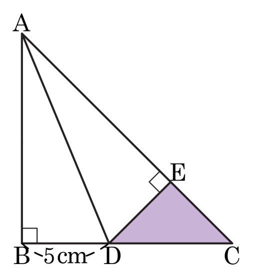


① 61° ② 62° ③ 63° ④ 64° ⑤ 65°

해설

$\triangle BCD$는 $\overline{BC} = \overline{BD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BDC = 64^\circ$
$\therefore \angle x + \angle y = 64^\circ$

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BD}$의 길이가 $5\,cm$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad cm^2}$

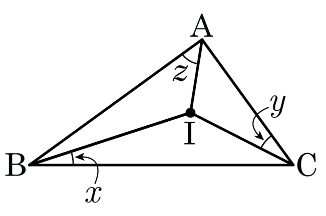
▷ 정답 : $\frac{25}{2}$ cm^2

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형이므로
$\angle C = \angle A = 45°$
$\triangle EDC$에서 $\angle EDC = 90° - 45° = 45°$이므로
$\triangle EDC$는 직각이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{ED} = \overline{EC}$

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHS 합동) 이므로
$\overline{BD} = \overline{ED} = 5\,cm$
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}(cm^2)$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$에 대하여 점 I는 내심이고, $x : y : z = 2 : 3 : 5$ 이다. 이때, $\angle y + \angle z$ 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : $72°$

해설

$\angle x + \angle y + \angle z = 90°$

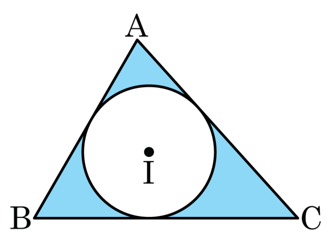
$x : y : z = 2 : 3 : 5$ 이므로 $\angle x = 2k,\ \angle y = 3k,\ \angle z = 5k$ 이다.

$2k + 3k + 5k = 90°,\ k = 9$

$\therefore \angle x = 18°,\ \angle y = 27°,\ \angle z = 45°$

$\therefore \angle y + \angle z = 27° + 45° = 72°$

10. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 원 I 의 둘레의 길이가 6π , $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 32 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?

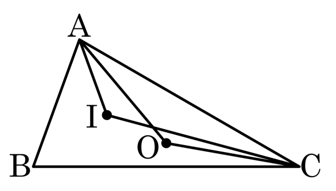


① $48-9\pi$　② $9\pi-24$　③ $24-6\pi$　④ $42-6\pi$　⑤ $52-9\pi$

해설

원 I 의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r=3$ 이다.
점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때,
($\triangle ABC$ 의 넓이) $=\frac{1}{2}\times r\times\triangle ABC$ 의 둘레$=\frac{1}{2}\times 3\times 32=48$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle ABC$ 의 넓이) $-$ (원 I 의 넓이) $=48-9\pi$ 이다.

11. 다음그림에서 삼각형 ABC 내부의 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다.$\angle AOC - \angle AIC = 15°$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기$=$ ( )° 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

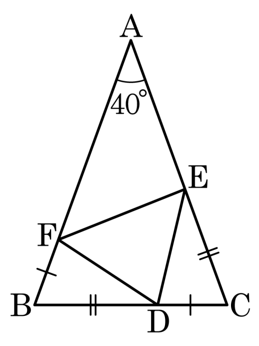
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC - \angle AIC = 2\angle B - \left(\frac{1}{2}\angle B + 90°\right) = 15°$ 일 때, $\angle B = 70°$ 이다.

$\angle B = 70°$ 이고, $\angle AOC = 140°$ 이다. ($\because$ 점 O는 외심) , $\triangle OAC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAC = 20°$ 이다.

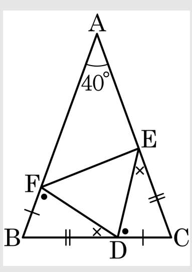
12. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 40°$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 위에 $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{CD} = \overline{BF}$ 가 되도록 점 D, E, F 를 잡은 것이다. 이 때, $\angle DEF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 55°

해설



$\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{CD} = \overline{BF}$ 이고, $\angle B = \angle C$ 이므로

$\triangle BDF \equiv \triangle CED$ ($\because$ SAS 합동)

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$ 이므로

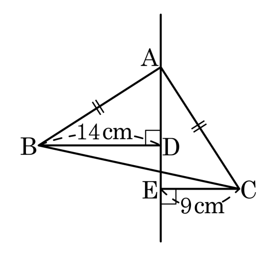
$$\begin{aligned} \angle EDF &= 180° - (\angle BDF + \angle CDE) \\ &= 180° - (\angle BDF + \angle BFD) \\ &= \angle B \end{aligned}$$

$\therefore \angle EDF = \angle B = \dfrac{180° - 40°}{2} = 70°$

$\overline{DF} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle DEF$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle DEF = \dfrac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

13. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{\mathrm{BD}} = 14\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 9\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이는 ?



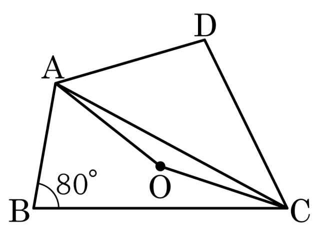
① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm
④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle\mathrm{ABD} \equiv \triangle\mathrm{CAE}$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{AE}} = 14\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CE}} = 9\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{AE}} - \overline{\mathrm{AD}} = 5(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

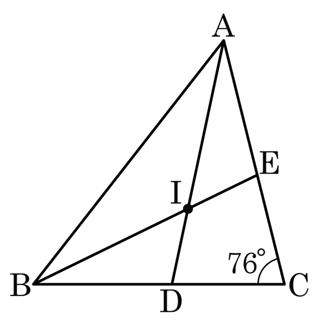
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

15. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

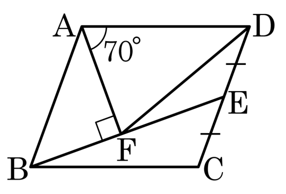
16. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \text{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm　② 6 cm　③ 9cm　④ 12cm　⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\text{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

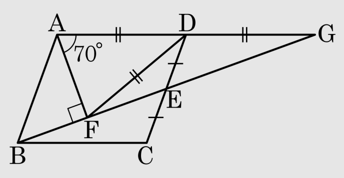
17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70°$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

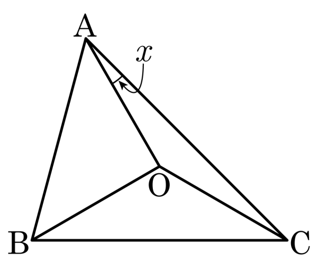
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle BCE \equiv \triangle GDE$(ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,
$\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
$\therefore \angle DFE = 90° - \angle DFA = 90° - \angle DAF = 20°$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

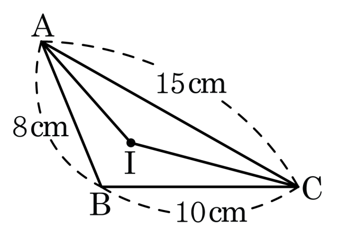
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 15cm$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

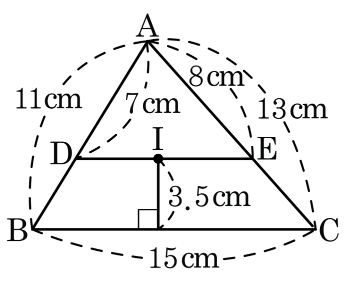
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

($\triangle ABC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times (8+10+15) = \frac{33}{2} r\ (\mathrm{cm}^2)$

($\triangle AIC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r\ (\mathrm{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

20. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?

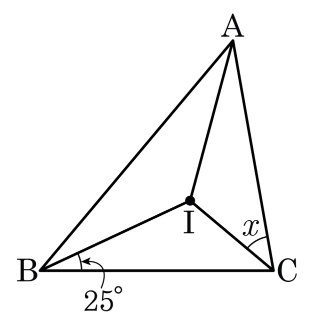


① $38cm^2$　② $40cm^2$　③ $42cm^2$　④ $44cm^2$　⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{AB}+\overline{AC}$
따라서 ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24(cm)$ 이다.
$\overline{AD}+\overline{AE} = 7+8 = 15(cm)$ 이므로 $\overline{DE} = 24-15 = 9(cm)$ 이다.
따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는
$(9+15)\times 3.5\times\frac{1}{2} = 84\times\frac{1}{2} = 42(cm^2)$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고. $\angle IBC = 25°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



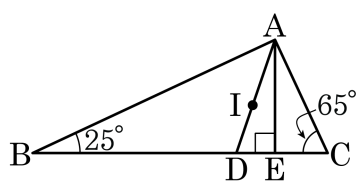
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 40°

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle B$이고,
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 각의 이등분선의 교점이다.
$\therefore\ \angle x = (180° - 25° \times 4) \div 2 = 40°$

22. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기는?



① 15° ② 17° ③ 18° ④ 20° ⑤ 22°

해설

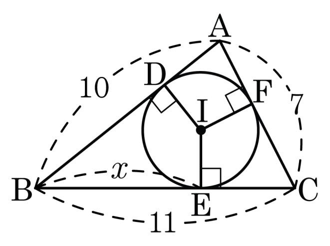
$\angle A = 180° - (25° + 65°) = 90°$

$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

$\angle EAC = 25°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 45° - 25° = 20°$

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{BE}$ 의 길이는?



① 6 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 7

해설

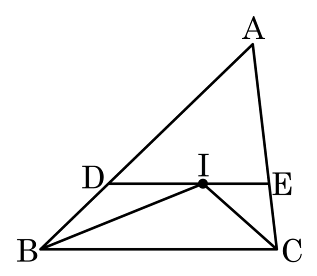
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BE} = x = \overline{BD}$ 이므로 $\overline{CE} = 11 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 10 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 - x + 11 - x = 7$

$\therefore x = 7$

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm , $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 17cm 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

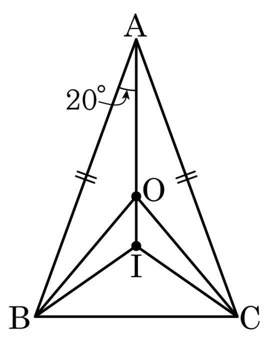


① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\overline{AB} + \overline{AC} = 17(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm 이므로
($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 17 + \overline{BC} = 25(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = 25 - 17 = 8(\text{cm})$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 외심을 O , 내심을 I 라 할 때 $\angle$OBI 의 크기는?



① 10°　　② 15°　　③ 20°　　④ 25°　　⑤ 30°

해설

$\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle\mathrm{BOC} = \angle\mathrm{A}$, $\angle\mathrm{A} = 40°$ 이므로 $\angle\mathrm{ABC} = 70°$, $\angle\mathrm{BOC} = 80°$ 이다.

$\triangle$ABC 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle\mathrm{A} + 90° = \angle\mathrm{BIC}$ 이므로 $\angle\mathrm{BIC} = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle\mathrm{OBC} = 50°$ 이다.

또, $\angle\mathrm{IBC} = \frac{1}{2}\angle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$ 이다. 따라서 $\angle\mathrm{OBI} = \angle\mathrm{OBC} - \angle\mathrm{IBC} = 50° - 35° = 15°$ 이다.