

1. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

2. 두 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 해는?

① $x = -3$

② $x = 0$

③ $x = 2$

④ $x = 3$

⑤ $x = 9$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2, 3$$

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서, 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

3. 이차방정식 $(x-3)^2 = 4x$ 와 공통인 해를 갖는 방정식은?

① $x^2 - 4x + 3 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 - 10x = 9$

④ $x^2 + 10x + 9 = 0$

⑤ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

해설

$$\begin{aligned}(x-3)^2 &= 4x \\ x^2 - 6x + 9 - 4x &= 0 \\ x^2 - 10x + 9 &= 0 \\ (x-1)(x-9) &= 0 \\ x = 1 \text{ 또는 } x = 9 \\ \textcircled{1} x^2 - 4x + 3 &= 0 \\ (x-3)(x-1) &= 0 \\ x = 1 \text{ 또는 } x = 3\end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 10x = a$ 가 중근을 갖도록 a 의 값을 정하면?

- ① -25 ② 25 ③ -100 ④ 100 ⑤ -10

해설

$$x^2 - 10x = a \rightarrow x^2 - 10x - a = 0$$

$$\left(\frac{-10}{2}\right)^2 = -a$$

$$\therefore a = -25$$

5. 이차방정식 $(x-5)^2 - 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = 5$ 또는 $x = -1$

② $x = 5 \pm \sqrt{6}$

③ $x = -5 \pm \sqrt{6}$

④ $x = 5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 1$

해설

$$\begin{aligned}(x-5)^2 &= 6 \\ x-5 &= \pm \sqrt{6} \\ \therefore x &= 5 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 6x = -1 + x^2$ 을 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 변형할 때, $p+q$ 의 값은?

① 5 ② -5 ③ -8 ④ 11 ⑤ -11

해설

방정식을 정리하면 $x^2 - 6x = -1$
양변에 9 를 더하면 $x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$
 $(x-3)^2 = 8$
 $p = -3, q = 8$
 $\therefore p+q = 5$

7. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ③ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$
④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ ⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a = 3$, $b = -3$, $c = -2$ 이므로
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 이다.

8. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

10. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 가로를 2 만큼 늘이고, 세로를 2 만큼 줄인 사각형의 넓이가 5가 되었다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}(x+2)(x-2) &= 5 \\ x^2 &= 9 \\ \therefore x &= 3\end{aligned}$$

11. 다음 중 $-3, \frac{3}{2}$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은?

- ① $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$ ② $(2x + 3)(x - 3) = 0$
③ $\left(x - \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$ ④ $(2x - 3)(x + 3) = 0$
⑤ $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 3) = 0$

해설

$\frac{3}{2}, -3$ 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ④이다.

12. 이차방정식 $5x^2 + ax - a - 1 = 0$ 의 두 근이 $x = -3, x = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{55}$

해설

$$\begin{aligned}x &= -3 \text{ 을 주어진 식에 대입하면} \\5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 &= 0, a = 11 \\5x^2 + 11x - 11 - 1 &= 0 \\5x^2 + 11x - 12 &= 0 \\(5x - 4)(x + 3) &= 0 \\x = \frac{4}{5}, x = -3 \\ \therefore b &= \frac{4}{5} \\ \frac{b}{a} &= \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55}\end{aligned}$$

13. 이차방정식 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 식에 x 대신 a 를 대입하면

$$a^2 - 7a + 1 = 0$$

$$a - 7 + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = 7$$

14. 다음의 이차방정식에서 양의 근들의 합은?

$$\textcircled{㉠} (2x+1)(3x-1) = 0$$

$$\textcircled{㉡} 2x(x-1) = 0$$

$$\textcircled{㉢} 4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\textcircled{1} \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} \frac{5}{4}$$

$$\textcircled{4} \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{5} 3$$

해설

$$\textcircled{㉠} 2x+1=0 \text{ 또는 } 3x-1=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

$$\textcircled{㉡} 2x=0 \text{ 또는 } x-1=0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=1$$

$$\textcircled{㉢} x-\frac{1}{2}=0 \text{ 또는 } x-\frac{2}{3}=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 양의 근만 모두 더하면 } \frac{1}{3}+1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{5}{2}$$

15. 이차방정식 $2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, 다른 한 근은?

① $x = -\frac{5}{2}$

② $x = -\frac{3}{2}$

③ $x = -\frac{1}{2}$

④ $x = -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \frac{5}{2}$

해설

$2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 -1 이므로

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 - 7 + a = 0, a = 5$$

$$2x^2 + 7x + 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x + 1) = 0$$

따라서 $x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = -1$ 이다.

16. 이차방정식 $(x-4)^2 = 2x-5$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(2a-b)^2 - (a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$(x-4)^2 = 2x-5$$

$$x^2 - 8x + 16 - 2x + 5 = 0$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x-7)(x-3) = 0$$

에서 두 근은 $x = 7$ 또는 $x = 3$ 이고, $a > b$ 이므로 $a = 7, b = 3$ 이다.

$$\therefore (2a-b)^2 - (a+b)^2$$

$$= (2a-b+a+b)(2a-b-a-b) = 3a(a-2b)$$

$$= 3 \times 7 \times (7-6) = 21$$

17. 다음 이차방정식 중 증근을 갖지 않는 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 1 = 0$

② $x^2 = 12x - 36$

③ $2(x+4)^2 = 8$

④ $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤ $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x+2)$

해설

① $x^2 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x+1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$

③ $2(x+4)^2 = 8$ 에서 $x^2 + 8x + 12 = 0$, $(x+2)(x+6) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -6$

18. 이차방정식 $4(x-2)^2 = 3$ 의 해가 $x = \frac{A}{2} \pm \frac{\sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A-B$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$4(x-2)^2 = 3, (x-2)^2 = \frac{3}{4}$$

$$x-2 = \pm \sqrt{\frac{3}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = 2 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore A = 4, B = 3$$

$$\therefore A - B = 4 - 3 = 1$$

19. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 - 10x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} 2x^2 - 10x - 1 = 0 \text{ 에서 양변을 } 2 \text{ 로 나누면 } x^2 - 5x - \frac{1}{2} = 0 \\ x^2 - 5x = \frac{1}{2} \\ x^2 - 5x + (\text{가}) = \frac{1}{2} + (\text{가}) \\ (x + (\text{나}))^2 = (\text{다}) \\ x + (\text{나}) = \pm(\text{라}) \\ \therefore x = (\text{마}) \end{aligned}$$

- ① (가): $\frac{25}{4}$ ② (나): $-\frac{5}{2}$ ③ (다): $\frac{27}{4}$
④ (라): $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ (마): $\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$

해설

$$(\text{라}): \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

20. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $n=5$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $n=9$ 이면 근이 2 개이다.
- ③ $n=4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.
- ④ $n=8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ⑤ $n=14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$$-(x+2)^2 = 5-n, (x+2)^2 = n-5, x = -2 \pm \sqrt{n-5}$$

$$\textcircled{2} \ n=9 \text{ 이면 } x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=-4$$

21. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

22. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$
 a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$
 $0 < -2 + \sqrt{5} < 1$
 $\therefore n = 0$

23. 두 방정식 $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$, $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$ 에 대해 공통근은?

- ① $-\frac{1}{5}$ ② -3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 2

해설

i) $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(5x + 1)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

ii) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 공통근은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

24. 실수 a, b 에 대하여 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 1) = 9$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$ ② $\frac{-1 - \sqrt{37}}{2}$ ③ $\frac{1 + \sqrt{37}}{2}$
④ $\frac{1 - \sqrt{37}}{2}$ ⑤ $\frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 로 치환하면 } X(X + 1) = 9$$

$$X^2 + X - 9 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

그런데 a, b 는 실수이므로

$$a^2 + b^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$$

25. 다음식이 x 에 관한 일차식이 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{3x^2 + 2x - (k-3)}{7}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\frac{3}{7}x^2 + \frac{2}{7}x - \frac{k-3}{7} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 7을 곱하면

$$3x^2 + 2x - k + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 3 \times (-k + 3) = 0$$

$$1 + 3k - 9 = 0, 3k = 8$$

$$\therefore k = \frac{8}{3}$$

26. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다.
- ㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다.
- ㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다.
- ㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다.
- ㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

- ① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

$D = 36 - 4a$ 이므로

- ㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)
- ㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다.(거짓)
- ㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다.(참)
- ㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다.(거짓)
- ㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다.(거짓)

27. n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개 일 때, 대각선이 모두 35개인 다각형을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 십각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$\therefore n = 10 (\because n > 0)$$

따라서 십각형이다.

28. 점으로 삼각형 모양을 만들 때, n 번째 삼각형에 사용한 점의 갯수는 $\frac{n(n+1)}{2}$ 개이다. 점의 갯수가 78개인 삼각형은 몇 번째 삼각형인가?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned}\frac{n(n+1)}{2} &= 78 \\ n^2 + n - 156 &= 0 \\ (n-12)(n+13) &= 0 \\ \therefore n &= 12 (\because n > 0)\end{aligned}$$

29. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 3배 하였더니 제공한 것보다 10이 작아졌다고 한다. 이 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$3x = x^2 - 10$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 5$ 이다.

31. 길이가 34cm 인 철사로 넓이가 72cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 짧을 때, 이 직사각형의 세로 길이는?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

세로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 가로의 길이는 $(17-x)\text{cm}$
또, (가로의 길이) < (세로의 길이) 이므로 $x > 17-x$, 즉 $x > 8.5$
 $x(17-x) = 72$
 $(x-8)(x-9) = 0$
 $x = 8$ 또는 $x = 9$
 $x > 8.5$ 이므로 $x = 9$

32. 어떤 정사각형의 가로 길이 3 cm 길게 하고, 세로 길이를 5 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 105 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이는?

① 16 cm^2

② 25 cm^2

③ 64 cm^2

④ 144 cm^2

⑤ 225 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 하면, $(x+3)(x-5) = 105$

이므로

$$x^2 - 2x - 15 = 105$$

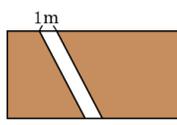
$$x^2 - 2x - 120 = 0$$

$$(x+10)(x-12) = 0$$

$$x = 12 (\because x > 0)$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $12 \times 12 = 144(\text{cm}^2)$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 서로의 길이보다 5m 긴 직사각형 모양의 땅에 폭이 1m 인 길을 만들었더니 남은 땅의 넓이가 45m^2 가 되었다. 이 땅의 세로의 길이는?



- ① 3m ② 5m ③ 7m ④ 9m ⑤ 11m

해설

세로의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$x(x+5) - x = 45$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x+9)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 5 (\because x > 0)$$