

1. 일차함수 $ax + y = 2$ 의 그래프가 $y = x + 4$ 와 제 3 사분면에서 만날 때, a 의 범위를 구하면?

① $a < -\frac{1}{2}$

② $-1 < a < -\frac{1}{2}$

③ $a > \frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2} < a < 1$

⑤ $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$

해설

평행하거나 $(-4, 0)$ 과 만나는 직선 사이에서 움직여야하므로
 $y = -ax + 2$ 가 평행할 때는

$-a = 1, a = -1$ 이고,

점 $(-4, 0)$ 과 만날 때의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이므로 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 a 의 범위는 $-1 < a < -\frac{1}{2}$

2. 두 직선 $x - 2y = 5$, $2x + 3y = -4$ 의 교점과 점 $(3, 2)$ 를 지나는 직선의 식을 $y = ax + b$ 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① -8

② -6

③ -4

④ 2

⑤ 6

해설

i) $x - 2y = 5$ 와 $2x + 3y = -4$ 의 교점을 구한다.

$$\begin{array}{r} 2x - 4y = 10 \\ -) 2x + 3y = -4 \\ \hline -7y = 14 \end{array}$$

$$\therefore y = -2, x = 1$$

따라서 교점의 좌표는 $(1, -2)$ 이다.

ii) 교점 $(1, -2)$ 와 점 $(3, 2)$ 를 지나는 직선을 구한다.

$$a = \frac{(y \text{ 증가량})}{(x \text{ 증가량})} = \frac{2 + 2}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $x = 3, y = 2$ 를 대입하면 $b = -4$

$$\therefore ab = 2 \times (-4) = -8$$

3. 세 일차방정식 $x + 2y = 4$, $5x + ay = 7$, $2x - y = 3$ 의 그래프가 모두 한 점에서 만난다고 할 때, a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \cdots \textcircled{1} \\ 2x - y = 3 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① + ② $\times 2$ 를 하면 $x = 2$ 이다.

$x = 2$ 를 ①에 대입하면 $y = 1$

따라서 세 직선은 점 $(2, 1)$ 에서 만난다.

$5x + ay = 7$ 에 점 $(2, 1)$ 를 대입하면 $a = -3$

4. 일차함수의 두 직선 $ax+3y=x+9$, $8x+6y=a+b$ 의 교점이 무수히 많을 때, $a+b$ 의 값은?

① 6

② 12

③ 18

④ 24

⑤ 30

해설

$ax+3y=x+9$ 를 정리하면

$$\begin{cases} (a-1)x+3y=9 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 8x+6y=a+b & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡이 일치할 조건에서

$$\frac{a-1}{8} = \frac{3}{6} = \frac{9}{a+b}$$

$$6(a-1)=24, a-1=4 \therefore a=5$$

$$3(a+b)=54, a+b=18, 5+b=18 \therefore b=13$$

$$\therefore a+b=5+13=18$$

5. 두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = bx + a$ 의 교점의 y 좌표가 10 이고 이 직선과 $x = 0$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 2 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $b > a > 0$)

① 12

② 17

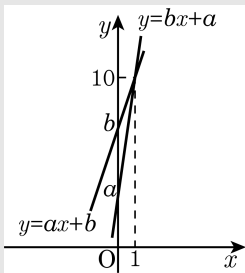
③ 21

④ 24

⑤ 32

해설

두 직선이 $(1, a + b)$ 를 지나므로 $a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$

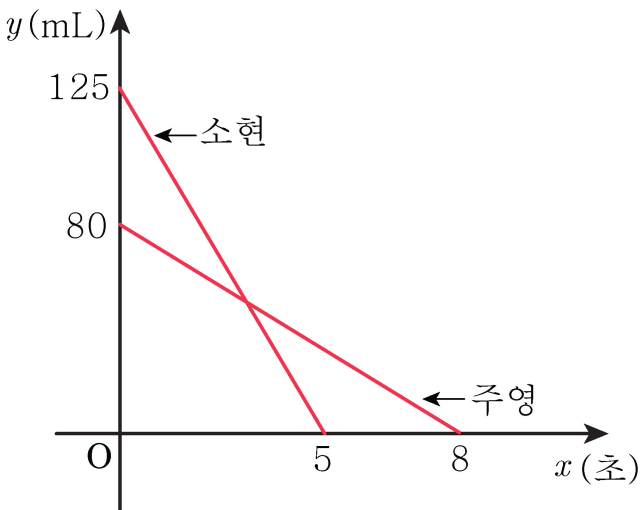


삼각형의 넓이가 2 이므로 $\frac{1}{2} \times (b - a) \times 1 = 2, b - a = 4 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a = 3, b = 7$

$\therefore ab = 21$

6. 소현이와 주영이가 각각 125mL, 80mL의 우유를 동시에 일정한 속력으로 마시고 있다. x 초 후에 남은 우유의 양을 y mL라 할 때, 다음 그림은 x 와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. 몇 초 후에 남은 우유의 양이 같아지는가?



① $\frac{3}{2}$ 초

② 2 초

③ $\frac{5}{2}$ 초

④ 3 초

⑤ $\frac{7}{2}$ 초

해설

소현 : $y = -25x + 125$

주영 : $y = -10x + 80$

$-25x + 125 = -10x + 80 \quad \therefore x = 3$

따라서 남은 우유의 양이 같아지는 것은 3초 후이다.

7. $x + ay + b = 0$ 의 그래프가 $2x + 8y - 5 = 0$ 의 그래프와 평행하고 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 그래프와 y 축 위에서 만날 때, $y = ax - b$ 의 그래프가 $x - y = 0$ 의 그래프와 만나는 점의 좌표는?

① $(-7, -7)$

② $(4, 4)$

③ $(-1, -1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(5, 5)$

해설

i) $x + ay + b = 0$ 과 $2x + 8y - 5 = 0$ 이 평행하므로 $\frac{2}{1} = \frac{8}{a}$, $2a =$

8 $\therefore a = 4$

ii) $x + ay + b = 0$ 과 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 y 절편이 같으므로

$-\frac{b}{a} = -\frac{9}{3} \quad \therefore b = 3a = 12$

iii) $y = ax - b$ 에서 $y = 4x - 12 \cdots \textcircled{㉠}$

$x - y = 0$ 에서 $y = x \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $x = 4$, $y = 4$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(4, 4)$

8. 세 직선 $x - 2y = -4$, $x + y = -1$, $ax - 5y + 1 = 0$ 으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a 의 값의 합을 구하여라.

① $-\frac{9}{2}$

② 5

③ 10

④ $\frac{11}{2}$

⑤ 15

해설

i) $ax - 5y + 1 = 0$ 이 다른 직선과 평행일 경우

$$\frac{1}{a} = \frac{-2}{-5} \neq \frac{4}{1} \text{ 에서 } a = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{-5} \neq \frac{1}{1} \text{ 에서 } a = -5$$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{cases} x - 2y = -4 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x + y = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = -2$, $y = 1$

$ax - 5y + 1 = 0$ 에 $x = -2$, $y = 1$ 을 대입하면

$$-2a - 5 + 1 = 0, a = -2$$

모든 a 값의 합은

$$\therefore \frac{5}{2} + (-5) + (-2) = -\frac{9}{2}$$

9. 좌표평면 위에 네 점 A(2, 6), B(2, 3), C(4, 3), D(4, 6)을 꼭지점으로 하는 사각형이 있다. 일차함수 $y = ax + 1$ 의 그래프가 이 사각형과 만나도록 하는 a 의 값의 범위로 맞는 것을 고르면?

① $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$

④ $\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{9}{2}$

② $\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{7}{2}$

③ $2 \leq a \leq 4$

⑤ $3 \leq a \leq 5$

해설

$y = ax + 1$ 은 점 (0, 1)을 지나고 A와 C 사이를 오가야 한다.

점 (0, 1), 점 (2, 6)을 지날 때 $a = \frac{5}{2}$

점 (0, 1), 점 (4, 3)을 지날 때 $a = \frac{1}{2}$

10. 직선 $y = ax$ 의 그래프가 $y = 2x + 5$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 이등분한다고 할 때, 상수 a 의 값은?

① $-\frac{7}{2}$

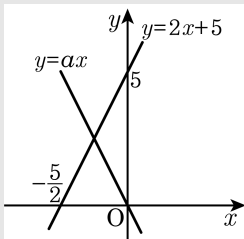
② -3

③ $-\frac{5}{2}$

④ -2

⑤ $-\frac{1}{2}$

해설



$y = 2x + 5$ 에서

x 절편 : $0 = 2x + 5, x = -\frac{5}{2}$

y 절편 : $y = 5 \quad \therefore (\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 5 = \frac{25}{4}$

$y = ax$ 가 넓이를 이등분하려면 $y = 2x + 5$ 와 $y = \frac{5}{2}$ 일 때 만나야 한다.

$\frac{5}{2} = 2x + 5, x = -\frac{5}{4}$

$y = ax$ 에 점 $\left(-\frac{5}{4}, \frac{5}{2}\right)$ 를 대입하면

$\frac{5}{2} = a \times \left(-\frac{5}{4}\right) \quad \therefore a = -2$