1. 다음 세 수 a , b , c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$a = \sqrt{3}+3$, $b = 5-\sqrt{2}$, $c = 4$

① $a < b < c$　② $b < a < c$　③ $b < c < a$

④ $c < a < b$　⑤ $c < b < a$

해설

$b - c = (5-\sqrt{2}) - 4 = 1-\sqrt{2} < 0$, $b < c$

$a - c = (\sqrt{3}+3) - 4 = \sqrt{3}-1 > 0$, $a > c$

$\therefore b < c < a$

2. $\frac{6}{\sqrt{8}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 을 간단히 하면?

① $8-3\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{3}-\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{2}-\sqrt{6}$

④ $5-2\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}-1$

해설

$$\frac{6}{\sqrt{8}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$
$$=\frac{6}{2\sqrt{2}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{2\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$
$$=\frac{6(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\frac{(2\sqrt{2}-2\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$=\frac{6\sqrt{6}-12}{4}+\frac{4-2\sqrt{6}}{2}$$
$$=\frac{3\sqrt{6}}{2}-3+(2-\sqrt{6})$$
$$=\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{6}}{2}-3+2=\frac{\sqrt{6}}{2}-1$$

3. $-\frac{3}{2}(-2x+1)^2+\frac{1}{3}(6x+5)(2x-3)$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

① 4 ② $-\frac{11}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ -3 ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

x 의 계수만 구해 보면, $(-2x+1)^2$ 에서 x 의 계수는 -4 , $(6x+5)(2x-3)$ 에서 x 의 계수는 -8 이다.

따라서 위 전개식에서 x 의 계수는 $\left(-\frac{3}{2}\right)\times(-4)+\frac{1}{3}\times(-8)=6-\frac{8}{3}=\frac{10}{3}$ 이다.

4. 다항식 $2x^2-xy-Ay^2$ 이 $x-2y$ 를 인수로 가질 때, 다음 중 이 다항식의 인수는? (단, A 는 상수)

① $2x-3y$ ② $2x-y$ ③ $2x+y$

④ $2x+3y$ ⑤ $2x+5y$

해설

$2x^2-xy-Ay^2 = (x-2y)(2x+my)$

$= 2x^2+(m-4)xy-2my^2$

$-4+m=-1$, $m=3$

$-A=-2m$, $A=6$

$\therefore\ 2x^2-xy-Ay^2=(x-2y)(2x+3y)$

5. 다음 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $a+b$의 값을 구하여라.

$x^2+4x=a,\ x^2+ax+b=0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2+4x-a=0$이 중근을 가지려면 $(x+2)^2=0$ 꼴이 되어야 한다.

$\therefore -a=4,\ a=-4$

$x^2-4x+b=0$ 이 중근을 가지려면 $b=4$이어야 한다.

$\therefore a+b=(-4)+4=0$

6. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때 꼭짓점의 좌표는?

① $(0, 0)$ ② $(0, -2)$ ③ $(3, 0)$

④ $(0, 3)$ ⑤ $(-2, 0)$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로 $y = 2x^2 + 3$ 이다.
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 3)$ 이다.

7. 평행이동에 의하여 포물선 $y = 4x^2 + 2$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = 4(x-1)^2$ ② $y = 4x^2 - 1$

③ $y = 4x^2 - 2$ ④ $y = 4(x+1)^2 - 1$

⑤ $y = -4x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 같지 않은 것을 찾는다.

8. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고, 축의 방정식이 $x = -3$ 이며, 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$ ② $y = 2x^2 + 3$

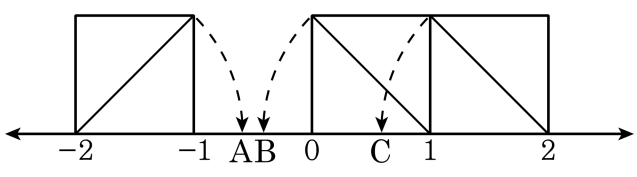
③ $y = 2(x+3)^2$ ④ $y = -2(x+3)^2$

⑤ $y = -2(x-3)^2$

해설

축의 방정식이 $x = -3$ 이고, x 축에 접하므로
$y = 2(x+3)^2$ 이다.

9. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. A, B, C 세 점의 좌표를 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 를 구하면?



① $1-\sqrt{2}$ ② $2-\sqrt{2}$ ③ $1-2\sqrt{2}$

④ $2-2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$a=-2+\sqrt{2},\ b=1-\sqrt{2}, c=2-\sqrt{2}$

$\therefore a+b+c=-2+\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+2-\sqrt{2}=1-\sqrt{2}$

10. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) = -a\sqrt{10}$ 이고 $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = b\sqrt{2}+c\sqrt{6}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 유리수)

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30})$

$= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-\sqrt{30})$

$= \sqrt{3} \times (-\sqrt{30}) = -\sqrt{90} = -3\sqrt{10}$

$\therefore a = 3$

$\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2}$

$= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6}$

$= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6}$

$\therefore b = -7,\ c = 4$

$\therefore a+b+c = 0$

11. $x^2-y^2+6x-2y+8$ 을 인수분해하면 $(ax+by+c)(x+y+4)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=2$

해설

$x^2-y^2+6x-2y+8$
$=x^2+6x-(y^2+2y-8)$
$=x^2+6x-(y+4)(y-2)$
$=\{x-(y-2)\}\{x+(y+4)\}$
$=(x-y+2)(x+y+4)$
$\therefore\ a=1,\ b=-1,\ c=2$
$\therefore\ a+b+c=2$

12. $x^2 - 3x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누어 주면,

$x - 3 - \frac{1}{x} = 0$ 이므로 $x - \frac{1}{x} = 3$ 이다.

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$

13. 다음 조건을 만족하는 x 의 값의 범위가 $\{x \mid -3 < x < 6\}$ 이고, x 는 자연수일 때, $ab + mn$ 의 값을 구하여라.

> (가) $x^2 + x - 2 = 0$ 의 해를 a, b 라고 한다.
> (나) $x^2 - 9x + 20 = 0$ 의 해를 m, n 이라고 한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

x에 -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 를 대입하여 성립하는 것을 찾는다.
$x^2 + x - 2 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 -2, 1 이므로 $ab = -2$ 이다. $x^2 - 9x + 20 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 4, 5 이므로 $mn = 20$ 이다.
따라서 $ab + mn = -2 + 20 = 18$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 - ax - 12 = 0$의 두 근이 -3, b일 때, a, b의 값을 구하면?

① $a = 1,\ b = 3$　② $a = 2,\ b = 4$

③ $a = 1,\ b = 4$　④ $a = -1,\ b = -4$

⑤ $a = 1,\ b = -4$

해설

$x = -3$을 대입하면 $(-3)^2 - a(-3) - 12 = 0$

$3a = 12 - 9 = 3$　　$\therefore\ a = 1$

$x^2 - x - 12 = 0$

$(x - 4)(x + 3) = 0$

$\therefore\ b = 4$

15. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

주어진 식에 x 대신 3 을 대입하면

$3^2 - 10 \times 3 + a = 0$ $\quad \therefore a = 21$

$3^2 + b = 0$ $\quad \therefore b = -9$

$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$

16. 이차방정식 $3x^2-6x-2=0$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 나타낼 때, $2a+3b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$3x^2-6x-2=0$

$3x^2-6x=2$

$x^2-2x=\frac{2}{3}$

$x^2-2x+1=\frac{5}{3}$

$(x-1)^2=\frac{5}{3}$

$a=1,\ b=\frac{5}{3}$

$\therefore 2a+3b=2\times1+3\times\frac{5}{3}=2+5=7$

17. 이차방정식 $(x-1)^2+a-2=0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$(x-1)^2=-a+2$ 가 해를 가지려면, $-a+2\geq 0$

$\therefore a\leq 2$

18. 1부터 9까지의 숫자가 각각 적힌 9장의 카드 중에서 n장의 카드를 뽑았다. 이 카드를 이용하여 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수가 모두 30개일 때, n의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

십의 자리에 들어갈 수 있는 개수는 n,
일의 자리에 들어갈 수 있는 개수는 $n-1$
$n(n-1)=30$
$n^2-n-30=0$
$(n-6)(n+5)=0$
$n>0$ 이므로 $n=6$이다.

19. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동면 점 $(1,\ k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 12 ⑤ 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 한 함수의 식은
$y = 3(x+2)^2$ 이고, 점 $(1,\ k)$ 를 지나므로
$k = 3(1+2)^2$
$\therefore\ k = 27$

20. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

$7 \sim 14$ 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
$7, 8, 10, 11, 12, 13, 14$ (7 개)

21. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{x}$ 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{x} = 2$

해설

$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$
$x + 14 = 18$
$\therefore x = 4$
$\therefore \sqrt{x} = 2$

22. $x = \dfrac{1}{5-3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\dfrac{130+75\sqrt{5}}{2}$ ② $\dfrac{130+75\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{130-45\sqrt{3}}{2}$

④ $\dfrac{130+75\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\dfrac{120+75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5+3\sqrt{3}}{(5-3\sqrt{3})(5+3\sqrt{3})} = \frac{5+3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5-3\sqrt{3}\ ,$$

$$x^2 = \frac{52+30\sqrt{3}}{4}\ ,\ \frac{1}{x^2} = 52-30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260-90\sqrt{3}}{4} = \frac{130-45\sqrt{3}}{2}$$

23. 1 에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 78 이 되려면 1 에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 78$, $n(n+1) = 156$,
$n^2 + n - 156 = 0$,
$(n+13)(n-12) = 0$,
$n = -13$ 또는 $n = 12$,
따라서 n 은 자연수이므로 $n = 12$ 이다.

24. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 $y = -3(x-5)^2 - 2$ 이고
$y = -3(x-5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k-5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.
상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

25. $3x+3<2(x+1)$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2}+(-\sqrt{1-x})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-2x$

해설

$3x+3<2(x+1)$, $x<-1$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2}+\left(-\sqrt{1-x}\right)^2 &= -(x+1)+1-x\\ &= -x-1+1-x\\ &= -2x\end{aligned}$$