

1. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

2. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

3. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

4. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $28 = 2^2 \times 7^2$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^3 \times 10$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $200 = 4 \times 10^2$

해설

① $2^2 \times 7$

② $2^2 \times 5 \times 7$

③ $2^4 \times 5$

⑤ $2^3 \times 5^2$

5. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

6. $\frac{252}{a}$ 가 어떤 자연수의 제곱이라고 한다. a 가 1 보다 클 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 지수가 홀수인 수 7 을 나누어 주면 $252 \div 7 = 36 = 6 \times 6$ 이 되어 6 의 제곱이 된다.

7. 72를 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되면서 3의 배수는 되지 않도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$\frac{72}{x} = \frac{2^3 \times 3^2}{x}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 $x = 2, x = 2 \times 3^2, x = 2^3, x = 2^3 \times 3^2$ 이다.

3의 배수가 되지 않아야 하므로 $x = 2 \times 3^2, x = 2^3 \times 3^2$ 중 작은 자연수는 $x = 2 \times 3^2 = 18$ 이다.

8. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 15 ② 30 ③ 50 ④ 60 ⑤ 75

해설

$2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$, 세 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 = 20$ 이므로, $a+b = 30+20 = 50$ 이다.

9. 180의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180의 약수의 개수 :

$$(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$$(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

10. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

① 2^2

② 2×5

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$250 = 2 \times 5^3$, $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,
 $960 = 2^6 \times 3 \times 5$ 이므로
최대공약수는 2×5

11. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 2, b = 1, c = 1$
 $a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$

12. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2+1) = 3$

13. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?

- ① $2^3 \times 5^2 \times 7$ ② $2 \times 3 \times 5^2$ ③ $2^3 \times 3^2 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$
최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

14. 두 자연수 $12 \times x$, $18 \times x$ 의 최소공배수가 108 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{18 \times x = 2^2 \times 3 \times x}{18 \times x = 2 \times 3^2 \times x}$$

$$\text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times x = 108 \cdots \textcircled{1}$$

①에 의해

$$36 \times x = 108$$

$$x = 108 \div 36 = 3$$

15. 다음 중 $2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 공배수인 것은?

- ① 30 ② 100 ③ 150 ④ 210 ⑤ 420

해설

$2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이므로 420 의 배수를 찾는다.

16. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 7 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28의 배수 중 200보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14\dots$ 따라서 200보다 작은 자연수의 개수는 7개이다.

17. 세 자연수의 비가 2 : 4 : 7 이고, 최소공배수가 392 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 56

▷ 정답 : 98

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $4 \times x$, $7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) 2 \times x \quad 4 \times x \quad 7 \times x \\ 2) \underline{2} \quad \underline{4} \quad \underline{7} \\ \quad 1 \quad 2 \quad 7 \end{array}$$

$$x \times 2 \times 2 \times 7 = 392$$

$$x = 14$$

따라서, 세 자연수는 28, 56, 98 이다.

18. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가?

- ① 12 명 ② 10 명 ③ 8 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

19. 어떤 자연수로 63 을 나누면 3 이 남고 41 을 나누면 5 가 남는다고 한다. 이런 자연수 중 가장 큰 수는?

- ① 6 ② 8 ③ 12 ④ 15 ⑤ 30

해설

$63 - 3 = 60$, $41 - 5 = 36$ 이므로
구하는 가장 큰 수는 60 과 36 의 최대공약수 12 이다.

20. 두께가 각각 8cm, 6cm 인 두 종류의 책 A, B 를 같은 종류의 책끼리 각각 쌓아서 그 높이가 같게 하려고 한다. 될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓는다고 할 때, 쌓아야 할 책의 수를 각각 구하면?

- ① 책 A : 2 권, 책 B : 4 권 ② 책 A : 3 권, 책 B : 4 권
③ 책 A : 4 권, 책 B : 2 권 ④ 책 A : 4 권, 책 B : 3 권
⑤ 책 A : 4 권, 책 B : 4 권

해설

될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓아야 하므로 그 높이는 8 과 6 의 최소공배수인 24 이다. 따라서 책을 쌓은 높이는 24cm 가 된다.

이때, 책의 수는 각각 $24 \div 8 = 3$ (권), $24 \div 6 = 4$ (권) 이다.

즉, 두께가 8cm 인 책 A 는 3 권, 두께가 6cm 인 책 B 는 4 권을 쌓아야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 6} \\ \underline{4 \ 3} \end{array}$$

21. 3, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 28 개 ② 29 개 ③ 30 개 ④ 31 개 ⑤ 32 개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6 의 공배수)+2 인 수이므로
3, 5, 6 의 최소공배수 30 이다.
30 의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, ..., 990 이다.
따라서 구하는 수는 122, 152, ..., 992 이다.
 $122 = 30 \times 4 + 2$, $992 = 30 \times 33 + 2$
 $\therefore 33 - 3 = 30$ (개)

22. 567^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

567^{2009} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$7^1 = 7,$$

$$7^2 = 49,$$

$$7^3 = 343,$$

$$7^4 = 2401,$$

$$7^5 = 16807,$$

$$7^6 = 117649,$$

...

7 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자가 7, 9, 3, 1 의 네 개의

숫자가 반복된다.

567^{2009} 의 지수인 2009 를 4 로 나누면

$$2009 \div 4 = 502 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

567^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 첫 번째

숫자인 7 이다.

23. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 29는 소수가 아니다.
- ③ 37과 43은 모두 소수이다.
- ④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 29는 소수이다.
- ⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

24. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

- ① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2, b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2, b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2, b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2, b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

25. 약수의 개수가 12개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

소인수가 1개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로

$2^{11}, 3^{11}, \dots$

소인수가 2개일 때, $12 = 4 \times 3 = 6 \times 2$

$2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$

$2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$

소인수가 3개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$

$2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$

따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.

$\therefore 84 - 60 = 24$

26. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면 \square 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$$\square = 2^2 = 4$$

27. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로 최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11} 풀이어야 한다.

하지만 $3^2 \times x$ 풀이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$) 풀이어야 하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

28. 가로 길이 54cm, 세로 길이 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90의 최대공약수이므로

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{최대공약수는 } 2 \times 3^2 = 18$$

$$\therefore a = 18$$

정육면체의 개수는

$$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 90$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$$

29. A와 B가 함께 일자리를 구했다. A는 4일간 일하고 하루 쉬고, B는 5일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

- ① 5일 ② 10일 ③ 15일 ④ 20일 ⑤ 35일

해설

5와 7의 최소공배수는 35,
35일 동안 B가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35일,
이 중에 A가 쉬는 날은 20, 35일
따라서 180일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일)이다.

30. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수는 } 2^3 \times 3^2 = 72$$

$$\text{톱니바퀴 } A \text{ 는 } 72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$$

$$\text{톱니바퀴 } B \text{ 는 } 72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$$

$$\text{톱니바퀴 } C \text{ 는 } 72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

31. 자연수 x, y, z 가 $x : y : z = 3 : 8 : 10$ 을 만족하고, x, y, z 의 최대공약수와 최소공배수의 합이 1452 일 때, x, y, z 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 36$

▷ 정답 : $y = 96$

▷ 정답 : $z = 120$

해설

$x = 3a, y = 8a, z = 10a$ 라 두면,
 x, y, z 의 최대공약수 = a , 최소공배수 = $120 \times a$ 이다.
 $121 \times a = 1452 \rightarrow a = 12$
 $\therefore x = 36, y = 96, z = 120$

32. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 5이고, $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 일 때, 두 자연수 A, B 의 최소공배수는?

- ① 280 ② 350 ③ 420 ④ 490 ⑤ 560

해설

A 와 B 의 최대공약수가 5이고 $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 이므로, $A = 35 = 5 \times 7$,
 $B = 40 = 2^3 \times 5$ 이다.
따라서 A 와 B 의 최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 7 = 280$ 이다.

33. 다음 보기를 모두 만족시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- 100 이하의 자연수이다.
- 3의 배수
- 5의 배수
- 4로 나누면 나머지가 3인 수

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

3과 5의 최소공배수는 15이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4로 나누었을 때 나머지가 3인 수는 15, 75의 2개

34. 여섯 자리의 수 3124□8 은 3 의 배수이면서 4 의 배수이다.

□ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 6

해설

3 의 배수이면서 4 의 배수인 수는 312408 , 312468 이다.

35. 1188의 약수 중에서 11과 서로소인 약수들의 총합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 280

해설

$$1188 = 11 \times 108 = 11 \times 4 \times 27 = 2^2 \times 3^3 \times 11$$

11과 서로소인 약수는 1188의 약수 중 인수가 2와 3으로 이루어진 수이다.

→ 즉, $2^2 \times 3^3$ 의 약수이다.

$$\therefore (11\text{과 서로소인 약수들의 총합}) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 27 + 36 + 54 + 108 = 280$$