

1. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 1 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -3(x - 1)^2 + 4\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

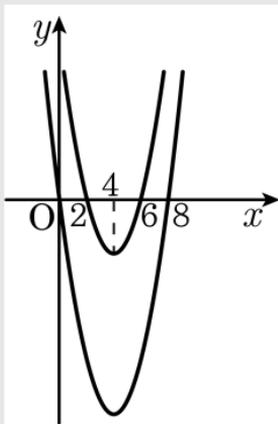
2. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 처음의 두 배가 된다고 한다. 이 때, p 의 값은?

- ① -12 ② -10 ③ -6 ④ -3 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$ 이므로 x 축과 만나는 두 점은 $(2,0), (6,0)$ 이고 축은 $x = 4$ 이다.

이 그래프가 y 축의 방향으로만 평행이동했으므로 그래프의 축은 변하지 않은 상태에서 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 두 배가 되려면 다음 그림처럼 좌우로 각각 2 만큼 늘어나서 $(0,0), (8,0)$ 을 지나게 된다.



따라서 평행이동한 식은 $y = x(x-8) = x^2 - 8x$

이는 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 -12 만큼 평행이동한 식이므로 $p = -12$ 이다.

3. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = (-3)^2 - 4k > 0$$

$$9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

4. 포물선 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지나고, $g(x) = mx^2 + nx + p$ 는 점 $(5, -2)$ 를 지난다. 두 포물선이 y 축에 대하여 대칭일 때, 포물선 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $\left(\frac{1}{2}, \frac{61}{16}\right)$

② $\left(\frac{1}{2}, \frac{31}{8}\right)$

③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{63}{16}\right)$

④ $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$

⑤ $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$

해설

두 포물선 $f(x)$, $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로 $f(x)$ 는 점 $(-1, 4)$ 와 점 $(-5, -2)$ 를 지난다.

$f(x) = ax^2 + bx + 4$ 에 두 점 $(-1, 4)$, $(-5, -2)$ 를 대입하면 $a - b + 4 = 4$ 이므로 $a = b$ 이다.

$$25a - 5b + 4 = -2$$

$$20a = -6$$

$$a = b = -\frac{3}{10}$$

$$f(x) = -\frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{10}x + 4 = -\frac{3}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{163}{40}$$

따라서 $f(x)$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이므로 $g(x)$ 의

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이다.

5. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x - 2)^2$

② $y = \frac{2x(x - 1)(x + 1)}{x - 1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

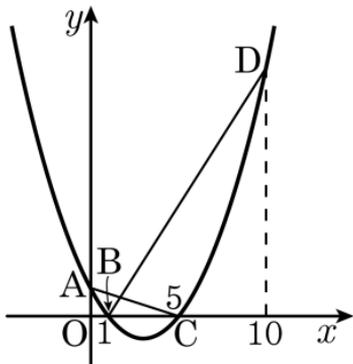
③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

6. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106

② 107

③ 108

④ 109

⑤ 110

해설

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$c = 6$, 즉 $A(0, 6)$ 이다.

$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\Delta BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

7. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x + 1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로

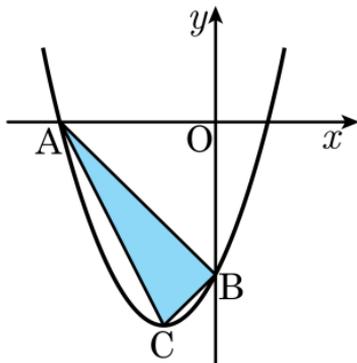
$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$B(1, 0)$ 을 $y = -x^2 - 2x + p$ 에 대입하면 $-1^2 - 2 + p = 0$, $\therefore p = 3$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

8. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, y 축과 만나는 점을 B, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 2 ② 3 ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

해설

점 A 는 x 축과 만나는 점이므로 $y = 0$ 일 때 x 값을 구한다.

$$0 = (x + 1)^2 - 4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 4$$

$$x + 1 = \pm 2, x = 1, -3$$

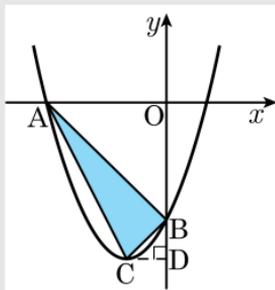
A 의 x 좌표는 음수이다.

$$\therefore A(-3, 0)$$

점 B 는 y 절편, 즉 $x = 0$ 일 때 y 값을 구한다.

점 C 는 꼭짓점의 좌표이므로 $y = (x + 1)^2 - 4$ 에서 $C(-1, -4)$ 이다.

$$\therefore B(0, -3)$$



$\triangle ABC$ 의 넓이는 사다리꼴 OACD 에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle BCD$ 의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \left\{ (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right\}$$

$$\therefore \triangle ABC = 3$$

9. 다음은 $y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명을 나타낸 것이다.
이 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
 ㉡ 직선 $x = 1$ 을 축으로 한다.
 ㉢ x 축과 한 점에서 만난다.
 ㉣ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.
 ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉣, ㉤

해설

$y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 2 - k + 3, k = 4$

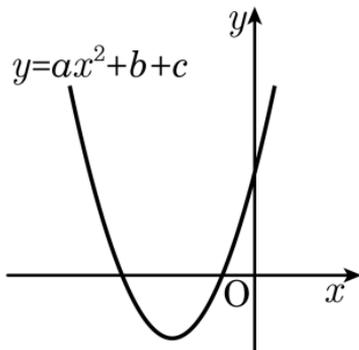
$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

㉠ 꼭짓점의 좌표 $(1, 1)$

㉡ x 축과 만나지 않는다.

㉤ x 축으로 1 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$

② $a < 0$

③ $b > 0$

④ $c < 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.