

1. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$

양변을 m 으로 나누면 $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$

$\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

2. 다음의 이차방정식의 음의 근만 모두 더하면?

$$\begin{array}{ll} \textcircled{㉠} (x-3)(x-5)=0 & \textcircled{㉡} (2x-1)(x+3)=0 \\ \textcircled{㉢} (3x+1)(4x-2)=0 & \end{array}$$

① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{8}{3}$ ④ $-\frac{10}{3}$ ⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

$$\textcircled{㉠} x-3=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=5$$

$$\textcircled{㉡} 2x-1=0 \text{ 또는 } x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=-3$$

$$\textcircled{㉢} 3x+1=0 \text{ 또는 } 4x-2=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 음의 근만 모두 더하면 } -3-\frac{1}{3}=-\frac{10}{3}$$

3. 이차방정식 $x^2 + (x+2)^2 = 7x + 3$ 의 두 근이 $a, b(a > b)$ 일 때,
이차방정식 $x^2 - 2bx - 2a = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

전개하여 정리하면

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } \frac{1}{2}$$

두근이 $a, b(a > b)$ 이므로

$$a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$x^2 - 2bx - 2a = 0$ 에 대입하면

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 곱은 -2 이다.

4. 이차방정식 $2x^2 - 5x - 7 = 0$ 의 두 근이 $x = a$ 또는 $x = b$ 일 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{7}$

해설

$$2x^2 - 5x - 7 = (2x - 7)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{7}{2}, x = -1$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{\frac{7}{2}} + \frac{1}{-1} = \frac{2}{7} - 1 = -\frac{5}{7}$$

5. 두 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$ 의 공통인 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4, 1$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = -4, 3$$

따라서 공통인 근은 -4 이다.

6. 다음 중 보기의 이차방정식과 근의 개수가 다른 것을 모두 골라라.

보기

$$(x-3)^2=2x-7$$

① $x^2+16=-8x$

② $3x^2+6x=-3$

③ $10x^2=3x+1$

④ $6(2x^2-1)=x$

⑤ $x^2=6\left(x-\frac{3}{2}\right)$

해설

$(x-3)^2=2x-7$ 에서

$x^2-8x+16=0$ 이므로

$(x-4)^2=0$

$\therefore x=4$

중근을 가지므로 근의 개수는 1개이다.

① $(x+4)^2=0$

$\therefore x=-4$

② $x^2+2x+1=0, (x+1)^2=0$

$\therefore x=-1$

③ $(5x+1)(2x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

④ $(3x+2)(4x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{4}$

⑤ $x^2-6x+9=0, (x-3)^2=0$

$\therefore x=3$

7. 이차방정식 $25x^2 + ax + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $2x^2 + 3x - a = 0$ 을 풀어라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답 : $x = -4$

해설

$$\begin{aligned} 25x^2 + ax + 4 &= 0 \\ \left(\frac{a}{25 \times 2}\right)^2 &= \frac{4}{25}, \frac{a}{50} = \frac{2}{5} \\ \therefore a &= 20 \\ 2x^2 + 3x - 20 &= 0 \\ (2x - 5)(x + 4) &= 0 \\ \therefore x &= \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -4 \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $3(x-b)^2 = 15$ 의 근이 $x = 7 \pm \sqrt{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = 12$

해설

$3(x-b)^2 = 15, (x-b)^2 = 5$
 $\therefore x = b \pm \sqrt{5}$
이것이 $7 \pm \sqrt{a}$ 이므로 $a = 5, b = 7$ 이다.
 $\therefore a+b = 12$

9. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$

② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{6}$

④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

② $3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$

$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$

$3(x-1)^2 = 8$

$\therefore x = 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$

10. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

- ① $m > 3$

② $m < -6$

③ $m = 0$
- ④ $m < 3$

⑤ $m > -6$

해설

$$\frac{m + 6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$
$$m + 6 < 0$$
$$\therefore m < -6$$

11. 이차방정식 $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 2$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3 을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$6x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 6 \cdot (-6)}}{12}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 144}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

12. 두 방정식 $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$, $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$ 에 대해 공통근은?

- ① $-\frac{1}{5}$ ② -3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 2

해설

i) $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(5x + 1)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

ii) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 공통근은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

13. 두 수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 $(a-b)^2 + 2(a-b) - 15 = 0$ 의 관계가 성립한다고 한다. $a+b=7$ 일 때, ab 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$a-b=t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$(t+5)(t-3) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 3$$

$$a < b \text{ 이므로 } t = a - b = -5$$

$$a + b = 7 \text{ 이므로 두 식을 연립하면 } a = 1, b = 6$$

$$\therefore ab = 6$$

14. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값 중 작은 값은?

$$16x^2 + 4ax + 2a - 3 = 0$$

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(4a)^2 - 4 \times 16(2a - 3) &= 0 \\ a^2 - 8a + 12 &= 0 \\ a &= 2, 6 \\ \therefore a \text{의 값 중 작은 값은 } 2 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

15. n 각형의 대각선의 총수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개일 때, 대각선이 모두 35 개인 다각형은?

① 육각형

② 칠각형

③ 팔각형

④ 구각형

⑤ 십각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$\therefore n = 10 (\because n > 0)$$

16. 연속하는 두 홀수의 곱이 99 일 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 11

해설

두 홀수를 $x, x + 2$ (x 는 홀수)라 하면
 $x \times (x + 2) = 99$ 이므로
 $x^2 + 2x - 99 = 0$
 $(x - 9)(x + 11) = 0$
따라서 $x = 9$ (x 는 홀수) 이다.
두 홀수는 9, 11 이다.

해설

연속하는 두 홀수를 $2x - 1, 2x + 1$ (x 는 자연수)라 하면
 $(2x + 1) \times (2x - 1) = 99$ 이므로
 $4x^2 - 100 = 0$
 $x^2 - 25 = 0$
 $(x - 5)(x + 5) = 0$
따라서 $x = 5$ (x 는 자연수) 이다.
두 홀수는 9, 11 이다.

17. 학교에서 매달 1 째, 3 째 주 금요일에만 야외 수업을 한다. 5 월에 야외 수업을 한 금요일의 날짜의 곱이 95 일 때, 이 달의 1 째 주 일요일의 날짜는?

- ① 5 월 6 일 ② 5 월 7 일 ③ 5 월 8 일
④ 5 월 9 일 ⑤ 5 월 10 일

해설

야외 수업을 한 날짜를 x , $x + 14$ 일이라 하면
 $x(x + 14) = 95$
 $x^2 + 14x - 95 = 0$
 $(x - 5)(x + 19) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 5$
따라서 1 째 주 일요일은 2 일 뒤인 5 월 7 일이다.

18. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가?

- ① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초 ② 6 초 ③ $(3 + \sqrt{13})$ 초
④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초 ⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.

$$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$

$$\therefore x > 0 \text{ 이므로 } x = 3 + \sqrt{13}$$

19. 둘레의 길이가 32cm 이고, 넓이가 56cm² 인 직사각형의 가로의 길이를 x 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x(32 - x) = 56$

② $x(16 - x) = 28$

③ $x(32 - x) = 28$

④ $x(16 - x) = 56$

⑤ $x(32 - x) = 112$

해설

가로의 길이를 x cm 라 하면, 세로의 길이는 $(16 - x)$ cm 이다.

$$\therefore x(16 - x) = 56$$

20. 반지름의 길이가 x cm 인 원이 있다. 이 원의 지름의 길이를 4 cm 길게 하였더니, 넓이가 64π cm² 가 되었다. 처음 원의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 36π cm²

해설

커진 원의 반지름은 $(x + 2)$ cm 이다.
 $(x + 2)^2\pi = 64\pi$ 이므로
 $x^2 + 4x - 60 = 0$
 $(x - 6)(x + 10) = 0$
 $x = 6$ ($\because x > 0$)
따라서 처음 원의 넓이는 $\pi \times 6^2 = 36\pi$ (cm²) 이다.