**1.** $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 $a$, 나머지를 $b$ 라 할 때, $a + b$ 를 구하면?

① $3x^2 + x + 1$　② $x^2 + x + 1$　③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$　⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$
$\therefore\ a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.
이 때, $2x - 1$ 로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R$$
$$= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R$$

**2.** 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$ ② $a - b^2$ ③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$ ⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$$
$$= a^3 - b^3 + (a-b)c^2 - ab(a-b)$$
$$= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)c^2 - ab(a-b)$$
$$= (a-b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab)$$
$$= (a-b)(a^2 + b^2 + c^2)$$

**3.** $(x^4-8x^2-9) \div (x^2-9)$ 를 계산하여라.

① $x^2+1$ ② $x^2-1$ ③ $x^2+2$
④ $x^2-2$ ⑤ $x^2+3$

해설
$x^4-8x^2-9=(x^2-9)(x^2+1)$
$\therefore$ (준식)$=x^2+1$

**4.** 두 다항식 $2x^2+2x-4$와 $4x^3-4$에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.
② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.
④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.
⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2+2x-4=2(x-1)(x+2)$
$4x^3-4=4(x-1)(x^2+x+1)$
최대공약수 : $2(x-1)$
최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

**5.** $x = 1 + 2i$ , $y = \dfrac{1 + 2i}{1 - i}$ , $z = \dfrac{1 - 2i}{1 - i}$ 일 때,$xy + xz$ 의 값을 구하면?

① $-1 + 3i$　② $-1 - 2i$　③ $-1 + 2i$
④ $-1 - i$　⑤ $-1 + i$

해설

$x = 1 + 2i,\ y = \dfrac{1 + 2i}{1 - i},\ z = \dfrac{1 - 2i}{1 - i}$

$$\begin{aligned}\therefore\ xy + xz &= \frac{(1 + 2i)^2}{1 - i} + \frac{(1 - 2i)(1 + 2i)}{1 - i} \\ &= \frac{-3 + 4i + 5}{1 - i} \\ &= \frac{2 + 4i}{1 - i} \\ &= -1 + 3i\end{aligned}$$

**6.** 이차함수 $y = -5x^2 + 20x + 3$은 $x = a$일 때, 최솟값 $b$를 갖는다. $a + b$의 값은?

① 20 ② 22 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

해설

$y = -5x^2 + 20x + 3$
$= -5(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3$
$= -5(x - 2)^2 + 23$
$\therefore a = 2,\ b = 23$
$\therefore a + b = 2 + 23 = 25$

**7.** $x$에 대한 부등식 $x+2 \le ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 $a$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$x+2 \le ax+3$에서 $(1-a)x \le 1$이 부등식의 해가 모든 실수이고 우변이 양수이므로 $x$의 계수는 $0$이어야 한다.

$1-a=0$

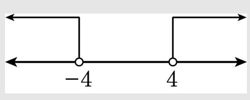
$\therefore a=1$

**8.** 다음 연립부등식 중에서 해가 없는 것은?

① $\begin{cases} x > 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -5 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x > 4 \\ x < -4 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x < 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq -3 \end{cases}$

**해설**

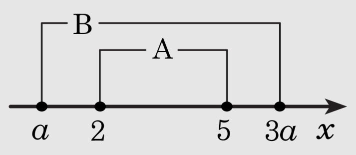
③ 

**9.** 양의 실수 $a$에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, $a$의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$　② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$　③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$　⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$
$x^2 - 7x + 10 \leq 0$
$(x-2)(x-5) \leq 0$
$2 \leq x \leq 5$
$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$
$(x-a)(x-3a) \leq 0$
$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$
㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로




따라서 $a \leq 2,\ 3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

**10.** 세 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $(a,\ b,\ c) = ab + bc$로 정의한다. 이때, 등식 $(x,\ a,\ y) - (2x,\ b,\ y) = (x,\ 2,\ y)$이 임의의 실수 $x,\ y$에 대하여 성립하도록 $a,\ b$의 값을 정하면?

① $a = 1,\ b = 2$　② $a = 2,\ b = 2$　③ $a = 2,\ b = 0$

④ $a = 0,\ b = 2$　⑤ $a = 0,\ b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면

$(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$

이 식을 $x,\ y$에 대하여 정리하면

$(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$

이 등식이 임의의 $x,\ y$에 대하여 성립하므로

$a - 2b - 2 = 0,\ a - b - 2 = 0$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2,\ b = 0$

**11.** 다항식 $P(x)$를 $x+1$로 나누면 떨어지고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $P(x)$를 $(x+1)(x-2)$로 나누었을 때 나머지는?

① $x$　　② $-x+1$　　③ $x+1$

④ $-2x+2$　　⑤ $2x+2$

**해설**

$P(x) = (x+1)Q(x)$
$P(x) = (x-2)Q'(x) + 3$
$P(x) = (x+1)(x-2)Q''(x) + ax + b$
$P(-1) = 0, \quad P(2) = 3$이므로,
$-a + b = 0, \quad 2a + b = 3$
$\therefore\ a = 1,\ b = 1$
따라서 나머지는 $x+1$이다.

**12.** $x^4+4y^4$ 의 인수인 것은?

① $x^2+y^2$ ② $x^2+2y^2$ ③ $x^2+xy+2y^2$
④ $x^2-xy+2y^2$ ⑤ $x^2+2xy+2y^2$

해설

$$\begin{aligned} x^4+4y^4 &= x^4+4x^2y^2+4y^4-4x^2y^2 \\ &= (x^2+2y^2)^2-(2xy)^2 \\ &= (x^2+2xy+2y^2)(x^2-2xy+2y^2) \end{aligned}$$

**13.** $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i \ , \ i^4 = 1$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100} &= \left(\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^{50} \\ &= (-i)^{50} \\ &= ((i)^4)^{12} \cdot i^2 \\ &= -1\end{aligned}$$

**14.** $x$에 관한 이차방정식 $x^2+2(m+a+2)x+m^2+a^2-2b=0$이 $m$의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 상수의 $a$, $b$의 값을 정할 때. $a+b$의 값은?

① 0　② 4　③ 2　④ $-1$　⑤ $-3$

**해설**

중근 : $\dfrac{D}{4}=0$

$m$값에 관계없이 성립 : $m$에 대한 항등식

$\dfrac{D}{4}=(a+m+2)^2-(m^2+a^2-2b)=0$

$m\cdot(2a+4)+(4+4a+2b)=0$

$2a+4=0,\quad a=-2$

$4+4a+2b=0,\quad b=2$

$\therefore\ a+b=0$

**15.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2-3px+4q+2=0$의 두 근의 비가 1:2가 되도록 하는 실수 $p$, $q$에 대하여 다음 중 알맞은 $q$의 값으로 가장 작은 것은?

① $-1$  ② $-\frac{1}{2}$  ③ $\frac{1}{2}$  ④ $1$  ⑤ $2$

해설

두 근의 비가 $1:2$이므로 두 근을 $\alpha,\ 2\alpha$라 하면
근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+2\alpha=3p\cdots\cdots$㉠
$\alpha\cdot 3\alpha=4q+2\cdots\cdots$㉡
㉠에서 $\alpha=p$이것을 ㉡에 대입하면
$2p^2=4q+2\quad\therefore\ p^2=2q+1\cdots\cdots$㉢
한편, $p,\ q$(실수)에서 주어진 방정식은
서로 다른 두 실근을 가져야 하므로
$D=(-3p)^2-4(4q+2)>0$
$\therefore\ 9p^2-16q-8>0$
위 식을 ㉢에 대입하면 $(18q+9)-16p-8>0$
$2q+1>0\quad\therefore\ q>-\frac{1}{2}$

**16.** $x$에 관한 이차방정식 $x^2 - kx - 2k = 0$의 두 근을 $\alpha, \beta$라 하자. $\alpha^2 = 6 + 2\sqrt{5}$ (단, $\alpha > 0$)일 때, 유리수 $k$의 값은?

① $-12$　② $-2$　③ $0$　④ $2$　⑤ $12$

**해설**

$x^2 - kx - 2k = 0$의 두 근이 $\alpha, \beta$
$\alpha + \beta = k$, $\alpha\beta = -2k$
$\alpha^2 = 6 + 2\sqrt{5}$, $\alpha = \sqrt{5} + 1$
한 근이 $1 + \sqrt{5}$이면 $\beta$는 $1 - \sqrt{5}$
$\therefore\ \alpha + \beta = 2 = k$

**17.** 이차방정식 $-x^2+4x+a=0$의 두 근이 모두 양수이기 위한 $a$의 최대정수를 $m$, 이차방정식 $x^2+2(x+1)+k^2-9=0$의 두 근이 서로 다른 부호이기 위한 $k$의 최소 정수를 $n$이라 할 때, $m+n$의 값은?

① $-8$　② $-7$　③ $-3$　④ $-1$　⑤ $3$

**해설**

(ⅰ) $-x^2+4x+a=0$의 두 근을 $\alpha, \beta$라 하면

$\alpha+\beta=4$

$\alpha\beta=-a>0$에서 $a<0$

$\frac{D}{4}=4+a\geq 0$에서 $a\geq -4$

$\therefore\ -4\leq a<0$

최대정수 $m=-1$

(ⅱ) $x^2+2x+k^2-7=0$

두 근의 곱 $k^2-7<0$

$\therefore\ -\sqrt{7}<k<\sqrt{7}$

최소의 정수 $n=-2$

$\therefore\ m+n=-3$

**18.** 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를 $y$라고 할 때, $y$의 최댓값은?

① 90 ② 92 ③ 98 ④ 100 ⑤ 112

해설

가로를 $x$, 세로를 $20-x$라 하자.

$y = x(20-x)$
$= -x^2 + 20x$
$= -(x^2 - 20x)$
$= -(x^2 - 20x + 100 - 100)$
$= -(x-10)^2 + 100$

따라서 $y$의 최댓값은 100이다.

**19.** 삼차방정식 $x^3-7x^2+9x+9=0$의 근 중에서 무리수인 두 근을 $a,\ b$라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① $-6$ ② $-2$ ③ $2$ ④ $4$ ⑤ $8$

해설

방정식을 인수분해하면 $x^3-7x^2+9x+9=0$
$(x-3)(x^2-4x-3)=0$
$x^2-4x-3=0$의 두 근이 $a,\ b$($\because$ 무리수)
$a+b=4$

**20.** $0 \le x+2y \le 1$, $0 \le -x+y \le 1$ 일 때 $2x+3y$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 ?

① 0　　② 1　　③ 3　　④ 4　　⑤ 6

해설

$$\begin{array}{rl} & 0 \le x+2y \le 1 \\ +) & \underline{0 \le -x+y \le 1} \\ & 0 \le \ 3y \ \le 2 \cdots\cdots ㉠ \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & 0 \le \ x+2y \le 1 \\ -) & \underline{0 \le -2x+2y \le 2} \\ & -2 \le 3x \le 1 \rightarrow -\frac{2}{3} \le x \le \frac{1}{3} \cdots\cdots ㉡ \end{array}$$

㉠ $+$ ㉡ $\times 2$ 하면

$$\begin{array}{rl} & 0 \le 3y \le 2 \\ +) & \underline{-\frac{4}{3} \le 2x \le \frac{2}{3}} \end{array}$$

$\therefore -\frac{4}{3} \le 3y+2x \le \frac{8}{3}$

$\therefore$ 최댓값$-$최솟값$= \frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$

**21.** 이차부등식 $-4x^2+12x-9 \geq 0$의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2},\ x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$-4x^2+12x-9 \geq 0$

$\Rightarrow\ 4x^2-12x+9 \leq 0$

$\Rightarrow\ (2x-3)^2 \leq 0$

$\therefore\ x = \frac{3}{2}$

**22.** $x+y=2,\ x^3+y^3=14$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $xy=-1$ ② $x^2+y^2=6$ ③ $x^4+y^4=34$

④ $x^5+y^5=86$ ⑤ $x^6+y^6=198$

해설

① $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ 에서

$14=2^3-3xy\times 2$

$\therefore\ xy=-1$

② $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$x^2+y^2=2^2-2(-1)=6$

③ $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$에서

$x^4+y^4=6^2-2(-1)^2=34$

④ $x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)$ 에서

$x^5+y^5=6\times 14-(-1)^2\times 2=82\neq 86$

⑤ $x^6+y^6=(x^3+y^3)^2-2x^3y^3$에서

$x^6+y^6=14^2-2(-1)^3=198$

**23.** 복소수 $z = a + bi$ $(a, b : \text{실수})$에 대하여 $< z >= b + ai$로 나타낸다. $z = \dfrac{4+3i}{5}$ 일 때, $5z^5 < z >^4$의 값을 구하면?

① $3+4i$ ② $4+3i$ ③ $5+4i$

④ $5+3i$ ⑤ $4+5i$

해설

$z < z >= (a+bi)(b+ai) = (a^2+b^2)i$

$z = \dfrac{4+3i}{5}$ 이므로

$z < z >= \left\{ \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 + \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 \right\} i = i$

$$\begin{aligned} \therefore\ 5z^5 < z >^4 &= 5z(z < z >)^4 \\ &= 5\left(\frac{4+3i}{5}\right)(i)^4 \\ &= 4+3i \end{aligned}$$

**24.** 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x+1)=0$의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$　② 2　③ $\frac{1}{3}$　④ 3　⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 할 때,
$\alpha+\beta=3$
한편, $f(2x+1)=0$의 두 근은 $2x+1=\alpha$, $2x+1=\beta$
즉, $x=\frac{\alpha-1}{2}$, $\frac{\beta-1}{2}$이다.

$$\frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 할 때, $\alpha+\beta=3$
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$라 하면
$f(2x+1)=k(2x+1-\alpha)(2x+1-\beta)$
$f(2x+1)=0$의 두 근은 $x=\frac{\alpha-1}{2}$, $\frac{\beta-1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$$

**25.** 다음 중 삼차방정식 $(x-1)(x^2-2x)+(5-k)x+k-5=0$이 허근을 갖기 위한 $k$의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $-2$　　② $-1$　　③ $0$　　④ $2$　　⑤ $4$

해설

$(x-1)(x^2-2x)+(5-k)x+k-5=0$에서 $x^3-3x^2+(7-k)x+k-5=0$

$x=1$일때 성립하므로 $x-1$을 인수로 가지고 여기에 조립제법을 이용하면

$(x-1)(x^2-2x+-k)=0$

허근을 가지려면 $x^2-2x+5-k=0$의 판별식이 $0$보다 작아야 하므로 $D'=1-5+k<0$

$\therefore\ k<4$

**26.** 방정식 $x^2 + 2y^2 + 2xy - 4x - 10y + 13 = 0$ 을 만족시키는 실수 $x$, $y$ 의 합 $x + y$ 의 값은?

① $-1$　② $0$　③ $1$　④ $2$　⑤ $3$

해설

주어진 방정식을 $x$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면
$x^2 + 2(y-2)x + 2y^2 - 10y + 13 = 0 \quad \cdots ㉠$
이 때, $x$ 가 실수이므로 판별식 $\frac{D}{4} \ge 0$ 이다.
$\frac{D}{4} = (y-2)^2 - (2y^2 - 10y + 13) \ge 0$
$-y^2 + 6y - 9 \ge 0,\ y^2 - 6y + 9 \le 0$
$(y-3)^2 \le 0$ $y$ 가 실수이므로 $y - 3 = 0$
$\therefore y = 3 \quad \cdots ㉡$
㉡을 ㉠에 대입하면 $x^2 + 2x + 1 = 0,\ (x+1)^2 = 0$
$\therefore\ x = -1$
$\therefore\ x + y = -1 + 3 = 2$

**27.** 방정식 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{21}$ (단, $x<y$)을 만족하는 양의 정수 $x, y$의 순서쌍 $(x, y)$에 대하여 $x+y$의 최댓값을 구하면?

① 484 ② 192 ③ 112 ④ 100 ⑤ 548

해설

$21(x+y)=xy,\quad xy-21(x+y)=0$

$\therefore\ (x-21)(y-21)=21^2=3^2\times7^2$

$21x=(x-21)y$이고 $y>x>0$이므로

$y-21>x-21>0$

$\therefore (x-21,\ y-21)$

$=(1,\ 441), (3,\ 147), (7,\ 63), (9,\ 49)$

$\therefore (x,\ y)$

$=(22,\ 462), (24,\ 168), (28,\ 84), (30,\ 70)$

$\therefore\ x+y$의 최댓값은 $22+462=484$

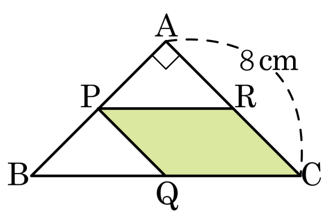
**28.** $n$이 양의 정수일 때, $8^{100n}-1$을 9로 나눈 나머지는?

① 0　② 1　③ 2　④ 4　⑤ 6

해설

$8=x$라 하면 $8^{100n}-1=x^{100n}-1$이고 $9=x+1$이 된다.
$x^{100n}-1$을 $x+1$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R$라 하면
$x^{100n}-1=(x+1)Q(x)+R$
양변에 $x=-1$을 대입하면 $R=0$
$\therefore\ x^{100n}-1=(x+1)Q(x)$
위의 식에 $x=8$을 대입하면 $8^{100n}-1=9Q(x)$이므로 $8^{100n}-1$을 9로 나눈 나머지는 0이다.

**29.** 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 $\overline{AB}$ 위에 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}, \overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R 라 한다. □PQCR 의 넓이가 최대가 될 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하면?




① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{BP} = x$ 라 놓으면

$$\begin{aligned} \square PQCR &= \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle PBQ) \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 - \left\{ \frac{1}{2} \times (8-x)^2 + \frac{1}{2}x^2 \right\} \\ &= 32 - (x^2 - 8x + 32) \\ &= -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16 \end{aligned}$$

따라서 $\overline{BP} = 4\text{cm}$ 일 때, □PQCR 의 넓이가 최대가 된다.

**30.** $a,\ b,\ c$가 양의 실수일 때, 다음 연립부등식의 해가 존재하기 위한 조건은?

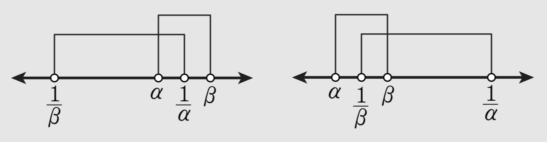
$$\begin{cases} ax^2 - bx + c < 0 \\ cx^2 - bx + a < 0 \end{cases}$$

① $a + c < b$　　② $a + c < 2b$　　③ $a + c < \frac{b}{2}$

④ $a + c < 1$　　⑤ $a + c < 2$

**해설**

$a,\ b,\ c$가 양의 실수이고 두 부등식
$ax^2 - bx + c < 0$ ……㉠
$cx^2 - bx + a < 0$ ……㉡의
해가 존재하려면
$ax^2 - bx + c = 0$이
서로 다른 두 실근 $\alpha, \beta$를 가져야 한다.
그런데, 근과 계수와의 관계에서
$\alpha + \beta = \frac{b}{a} > 0,\ \alpha\beta = \frac{c}{a} > 0$
$(\because a,\ b,\ c$가 양의 실수$)$이므로
$\alpha, \beta$는 양수이다.
따라서, $0 < \alpha < \beta$로 놓으면
㉠의 해는 $\alpha < x < \beta$ ……㉢
㉡의 해는 $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$ ……㉣




㉢과 ㉣이 공통 부분을 가져야 하므로
$\alpha < 1 < \beta$가 성립하고,
이 때 $f(x) = ax^2 - bx + c$로 놓으면
$f(1) < 0$
$\therefore a - b + c < 0$
$\therefore\ a + c < b$

**해설**

$ax^2 - bx + c < 0$ ……①
$cx^2 - bx + a < 0$ ……②
① + ②:
$(a + c)x^2 - 2bx + (a + c) < 0$
$a > 0,\ b > 0,\ c > 0$이므로 $a + c > 0$
그러므로 해가 존재하려면 판별식 $D > 0$
$\therefore \frac{D}{4} = b^2 - (a + c)^2 > 0$
$(b + a + c)(b - a - c) > 0$
여기서 $b + a + c > 0$이므로
$b - a - c > 0$이다.
$\therefore b > a + c$에서 $b > a + c$라 하면
$a + c - b < 0$
이 때, $f(x) = ax^2 - bx + c,\ g(x) = cx^2 - bx + a$라 하면
$f(1) = g(1) = a - b + c < 0$
따라서, 연립부등식 ①, ② 의 해가 존재한다.