

1. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은?

① 3, 3, 3, 3, 3, 3

② 1, 3, 1, 3, 1, 3

③ 4, 8, 4, 8, 4, 8

④ 5, 6, 5, 6, 5, 6

⑤ 3, 6, 3, 6, 3, 6

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ③이다.

2. 다음의 표준편차를 순서대로 x , y , z 라고 할 때, x , y , z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수

Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수

Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$

② $x = y < z$

③ $x < y = z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.

이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.

한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

3. 다음 표는 A, B, C, D, E 5명의 방학동안 읽은 책의 수를 나타낸 것이다.
이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(권)	5	10	8	6	6

① 3.1

② 3.2

③ 3.3

④ 3.4

⑤ 3.5

해설

주어진 자료의 평균은

$$\frac{5 + 10 + 8 + 6 + 6}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

이므로 각 자료의 편차는 -2, 3, 1, -1, -1 이다.

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(-2)^2 + 3^2 + 1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}{5} \\ &= \frac{4 + 9 + 1 + 1 + 1}{5} = \frac{16}{5} = 3.2 \end{aligned}$$

4. 다음은 A ~ E 학생의 중간고사 과학 성적의 편차를 나타낸 표이다.
이 자료의 표준편차는?

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-2	-1	2	0	1

① 3.2

② $\sqrt{3}$

③ 3.5

④ $\sqrt{2}$

⑤ 4

해설

분산은

$$\frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 1^2}{5} = \frac{4 + 1 + 4 + 1}{5} = \frac{10}{5} = 2 \text{이다.}$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{2}$ 이다.

5. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 수학 성적의 평균이 8 점 일 때, A 의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

	A	B	C	D	E
편차(점)	-1	2	0	x	1

- ① 5 점, $\sqrt{2}$ 점 ② 6 점, $\sqrt{2}$ 점 ③ 6 점, $\sqrt{3}$ 점
 ④ 7 점, $\sqrt{2}$ 점 ⑤ 8 점, $\sqrt{3}$ 점

해설

A 의 성적은 $8 - 1 = 7$ (점)

또한, 편차의 합은 0 이므로

$$-1 + 2 + 0 + x + 1 = 0$$

$$x + 2 = 0, \therefore x = -2$$

따라서 분산이

$$\frac{(-1)^2 + 2^2 + 0^2 + (-2)^2 + 1^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{2}$ 점 이다.

6. 5개의 변량 4, 6, 10, x , 9의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1

② 4.3

③ 4.5

④ 4.7

⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4 + 6 + 10 + x + 9}{5} = 7$$

$$29 + x = 35$$

$$\therefore x = 6$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1 + 4}{5} =$$

$$\frac{24}{5} = 4.8$$

7. 5개의 변량 3, 5, 9, 6, x 의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + 9 + 6 + x}{5} = 6$$

$$23 + x = 30$$

$$\therefore x = 7$$

변량의 편차는 -3, -1, 3, 0, 1이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

8. 네 수 a, b, c, d 의 평균과 분산이 각각 10, 5일 때, $(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

네 수 a, b, c, d 의 평균이 10이므로 각 변량에 대한 편차는 $a-10, b-10, c-10, d-10$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2}{4} = 5$$

$$\therefore (a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2 = 20$$

9. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4, y-4, z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$ 이다.

10. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이고, 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 20

② 40

③ 60

④ 80

⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 3이므로

$$\frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a+b) + 52}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a+b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a+b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

11. x, y, z 의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① 20

② 23

③ 24

④ 26

⑤ 27

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5이므로

$$\frac{x + y + z}{3} = 5$$

$$\therefore x + y + z = 15 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{또, 분산이 2이므로 } \frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 2$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 - 10(x + y + z) + 75 = 6$$

위 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(15) + 75 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 81$$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$ 이다.

12. 다음은 5 명의 학생 A, B, C, D, E 의 한달 간의 인터넷 이용 시간의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. A, B, C, D, E 중 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은?

이름	A	B	C	D	E
평균(시간)	5	6	5	3	9
표준편차(시간)	2	0.5	1	3	2

① A

② B

③ C

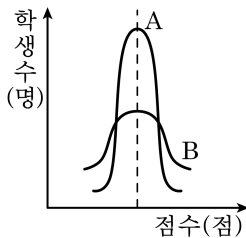
④ D

⑤ E

해설

표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어진다. 따라서 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 D이다.

13. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?



- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다. $\Rightarrow$ 고득점자는 B 반에 더 많다.

14. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2.1 $=\sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$ $=\sqrt{\frac{10}{9}}$ $=\sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
- ⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

15. 5개의 변량 a, b, c, d, e 의 평균이 5이고 분산이 10일 때, $a + 2, b + 2, c + 2, d + 2, e + 2$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열하면?

① 평균 : 5, 분산 : 7

② 평균 : 5, 분산 : 10

③ 평균 : 6, 분산 : 10

④ 평균 : 7, 분산 : 10

⑤ 평균 : 8, 분산 : 15

해설

$$(\text{평균}) = 1 \cdot 5 + 2 = 7$$

$$(\text{분산}) = 1^2 \cdot 10 = 10$$

16. 세 수, a, b, c 의 평균과 분산이 각각 2, 4이다. 세 수 $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균과 분산을 각각 구하면?

① 평균 : 5, 분산 : 10

② 평균 : 6, 분산 : 20

③ 평균 : 7, 분산 : 25

④ 평균 : 7, 분산 : 36

⑤ 평균 : 8, 분산 : 36

해설

a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4일 때, $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균은 $3 \cdot 2 + 1 = 7$ 이고, 분산은 $3^2 \cdot 4 = 36$ 이다.

17. 6 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 3 이고 표준편차가 4 일 때,
 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, 2x_3 - 1, \dots, 2x_6 - 1$ 의 평균과 표준편차는?

① 평균 : 3, 표준편차 : 8

② 평균 : 3, 표준편차 : 15

③ 평균 : 3, 표준편차 : 20

④ 평균 : 5, 표준편차 : 8

⑤ 평균 : 5, 표준편차 : 15

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$, 표준편차는 $|a|s$ 이므로
평균은 $2 \cdot 3 - 1 = 5$ 이고
표준편차는 $|2| \cdot 4 = 8$ 이다.

18. 3개의 변량 x, y, z 의 변량 x, y, z 의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균이 m , 표준편차가 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 22

② 24

③ 26

④ 28

⑤ 30

해설

x, y, z 의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$ 의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{(2x-16)^2 + (2y-16)^2 + (2z-16)^2}{3} \\ &= \frac{4\{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2\}}{3} \\ &= 4 \cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

19. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $a + 1, b + 1, c + 1, d + 1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1만큼 크다.
- ② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
- ③ $2a + 3, 2b + 3, 2c + 3, 2d + 3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2배만큼 크다.
- ④ $4a + 7, 4b + 7, 4c + 7, 4d + 7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4배이다.
- ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

해설

② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.

→ $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3만큼 크다.

⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

→ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3배이다.

20. 세 수 a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4 일 때, 변량 $a+3, b+3, c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① 2, 5

② 3, 5

③ 4, 4

④ 5, 4

⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6 \dots\dots \textcircled{7}$$

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} = 4$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 12$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 24$$

한편, $a+3, b+3, c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3) + (b+3) + (c+3)}{3} = \frac{(a+b+c) + 9}{3}$$

$$= \frac{6+9}{3} = 5$$

따라서 분산은

$$\frac{(a+3-5)^2 + (b+3-5)^2 + (c+3-5)^2}{3}$$

$$= \frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 4 \times 3}{3}$$

$$= \frac{24 - 4 \times 6 + 12}{3} = \frac{12}{3} = 4$$