

1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$

③ $\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$

⑤ $\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

② $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$

④ $\frac{1}{2^2 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

2. 다음 중 20 이하의 소수가 아닌 것은?

① 2

② 3

③ 7

④ 17

⑤ 18

해설

20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

3. 180 을 소인수분해하면?

① $2 \times 3^3 \times 5$

② $2^4 \times 5$

③ $3^4 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2 \times 3 \times 5^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 180} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 45} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \end{array}$$

5

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

4. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

5. 18의 약수의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 5개

④ 6개

⑤ 8개

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)이다.

6. $3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, \dots \rightarrow 4$ 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 1 이 된다.

$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, \dots \rightarrow 4$ 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 6 이 된다.

3^{2009} 의 일의 자릿수는 3 이고,

2^{2009} 의 일의 자릿수는 2 이므로,

$3^{2009} - 2^{2009}$ 의 일의 자릿수는 1 이 된다.

$\therefore 3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

7. $3^a = 81$, $5^b = 625$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$3^4 = 81$, $5^4 = 625$ 이므로 $a + b = 4 + 4 = 8$ 이다.

8. 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 2 는 소수가 아니다.
- ㉢ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ㉣ 소수는 모두 홀수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉡ 2 는 소수이다.
- ㉢ 2 는 소수이다.

9. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

10. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

11. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$

$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (n + 1) = 20$

$\therefore n = 4$

12. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
 $7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 이다.

13. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 18, 나머지가 3 이었다. x 를 9 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 18 \times y + 3 = 9 \times 2 \times y + 3$ 이다. 따라서 9 로 나누었을 때의 나머지는 3 이다.

14. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

15. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

16. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, $a \leq 100$)

▶ 답: 개

▷ 정답: 20 개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,

$$a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$$

$\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로 나누어서 나머지가 4 인 수이다.

$a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.

$\therefore$ 순서쌍 (a, b, c) 의 개수=20 개

17. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	데	돈	이	다	심

▶ 답:

▷ 정답: 그래도지구는돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그래도지구는돈다’이다.

18. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$

$$a + b + c = 9$$

19. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① 360의 소인수는 2개다.
- ② 420의 소인수는 3개다.
- ③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.
- ④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.
- ⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로

360의 소인수는 2, 3, 5

420의 소인수는 2, 3, 5, 7

20. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2 ,$$

$\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

21. 120 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 30$

▷ 정답 : $b = 60$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
 $2 \times 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

$$\therefore a = 2 \times 3 \times 5 \times 1^2 = 30$$

$$\begin{aligned} 120 \times a &= 2^3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5 \\ &= 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \\ &= (2^2 \times 3 \times 5)^2 \\ &= b^2 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 60$$

22. 다음 중 200의 약수가 아닌 것은?

① 2×5

② $2^2 \times 5^2$

③ 2×5^3

④ $2^3 \times 5$

⑤ 5^2

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

23. $3^a \times 5^b$ 이 45 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $45 = 3^2 \times 5$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이므로 $a + b = 3$ 이다.

24. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

25. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.