

1. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

- ① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$ ② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$
④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

2. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 가로를 2 만큼 늘이고, 세로를 2 만큼 줄인 사각형의 넓이가 5가 되었다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}(x+2)(x-2) &= 5 \\ x^2 &= 9 \\ \therefore x &= 3\end{aligned}$$

3. 반지름이 r 인 원이 있는데, 이 원의 반지름을 3 만큼 늘였더니 넓이가 36π 가 되었다.

처음 원의 반지름 r 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\pi(r+3)^2 &= 36\pi \\ r^2 + 6r - 27 &= 0 \\ (r-3)(r+9) &= 0 \\ \therefore r &= 3 \quad (\because r > 0)\end{aligned}$$

4. 어떤 원의 반지름의 길이를 5cm 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 6배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $1 + \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}\pi(x+5)^2 &= 5\pi x^2 \\ x^2 + 10x + 25 &= 5x^2 \\ 5x^2 - 10x - 25 &= 0 \\ x^2 - 2x - 5 &= 0 \\ x &= 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하고, 그 중근을 구하여라. (단, $k \neq 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $k = 2$

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$

해설

$$D = \{-(k+1)\}^2 - 4\left(k + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$k^2 - 2k = 0$$

$k \neq 0$ 이므로 $k = 2$ 이다.

$k = 2$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ (중근)}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 4x + m - 3 = 0$ 이 근을 갖지 않을 때, m 의 값의 범위는?

① $m > 7$

② $m < 7$

③ $m \geq 7$

④ $m < -7$

⑤ $m > -7$

해설

$$D = 4^2 - 4 \times 1 \times (m - 3) < 0, m > 7$$

7. 이차방정식 $x^2 - 4x + a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖기 위한 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a < 3$

해설

$$\frac{D}{4} = 4 - (a + 1) > 0$$

$$\therefore a < 3$$

8. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다.
- ㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다.
- ㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다.
- ㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다.
- ㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

- ① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

$D = 36 - 4a$ 이므로

- ㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)
- ㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다.(거짓)
- ㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다.(참)
- ㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다.(거짓)
- ㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다.(거짓)

9. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 $(-4, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$ 이고, x 의 값이 -4 이므로 대입하면 $y = -2$ 이다. 따라서 $k = -2$ 이다.

10. 이차함수 $y = 3(x-2)^2$ 의 그래프의 모양과 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 아래로 볼록

▷ 정답 : (2, 0)

해설

x^2 의 계수 3은 양수이므로 아래로 볼록이고, 꼭짓점의 좌표는 (2, 0)이다.

11. 이차함수 $y = -3(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
- ③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.
- ④ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ③ 점 $(2, -27)$ 을 지난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

12. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동하면 점 $(8, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$
이므로 $y = \frac{4}{3}(x-5)^2$ 이고, x 의 값이 8 이므로 대입하면 $y = 12$
이다. 따라서 $k = 12$ 이다.

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 8mx + 10m^2 - 11m + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = -3x + 5$ 위에 있을 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -\frac{1}{2}$

▷ 정답 : $m = 3$

해설

$$y = 2x^2 - 8mx + 10m^2 - 11x + 2$$
$$= 2(x - 2m)^2 + 2m^2 - 11m + 2$$

꼭짓점 $(2m, 2m^2 - 11m + 2)$ 가 직선 $y = -3x + 5$ 위에 있으므로

$$2m^2 - 11m + 2 = -6m + 5$$

$$2m^2 - 5m - 3 = 0$$

$$(2m + 1)(m - 3) = 0$$

$$m = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } m = 3$$

14. 포물선의 모양이 $y = \frac{4}{3}x^2$ 과 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 인 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

포물선의 모양이 $y = \frac{4}{3}x^2$ 과 같고 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 인 이차함수의 식은 $y = \frac{4}{3}(x+2)^2 + 3$ 이다. 따라서 $a = \frac{4}{3}$, $p = -2$, $q = 3$ 이고, $apq = \frac{4}{3} \times (-2) \times 3 = -8$ 이다.

15. 이차함수 $y = 3x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 3x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이므로
 $y = 3(x-2)^2 + 4 = 3x^2 - 12x + 16$
 $\therefore m = -12, n = 16, m + n = -12 + 16 = 4$

16. 이차함수 $y = -a(x+b)^2 + 2$ 의 그래프는 직선 $x = 2$ 를 축으로 하고, 점 $(-1, -7)$ 을 지난다. 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x = 2$ 를 축으로 하므로 $b = -2$ 이고 $y = -a(x-2)^2 + 2$ 의 그래프가 점 $(-1, -7)$ 을 지나므로 $-7 = -a(-1-2)^2 + 2, a = 1$ 이다.

$$\therefore ab = 1 \times (-2) = -2$$

17. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2(x+3)^2$

② $y = -2(x-3)^2$

③ $y = 2(x-3)^2$

④ $y = 2(x+3)^2$

⑤ $y = -2(3x-1)^2$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y = 2(x-3)^2$ 이고, 이를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = 2(x-3)^2$ 이다.

따라서 $y = -2(x-3)^2$ 이다.

18. 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 이고, y 축과 점 $(0, 9)$ 에서 만나는 포물선과 y 축에 대하여 대칭인 포물선의 식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $y = 4\left(x + \frac{3}{2}\right)^2$

해설

$y = a\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$ 의 그래프가 $(0, 9)$ 를 지나므로

$$9 = \frac{9}{4}a \quad \therefore a = 4$$

$$y = 4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$$

포물선 $y = 4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$ 과 y 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은

$$y = 4\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \text{ 이다.}$$

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동시켰더니 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 되었다. 이 때, apq 의 값은?

- ① 6 ② -6 ③ 8 ④ 9 ⑤ -9

해설

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 6$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, p = -3, q = 6$$

$$\therefore apq = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-3) \times 6 = 9$$

20. 이차함수 $y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2, 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은
 $-y = a(-x+2)^2$
 $(-2, 4)$ 를 대입하면
 $-4 = 16a$
 $\therefore a = -\frac{1}{4}$

21. $a^2x + 2ax - 8x = a + 4$ 를 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2x + 2ax - 8x = a + 4$$

$$(a^2 + 2a - 8)x = a + 4$$

해가 없을 때이므로

$$a^2 + 2a - 8 = 0, a + 4 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0, (a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a + 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a - 2 = 0, a = 2 \text{ 이다.}$$

22. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

23. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

24. 직선 $ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$

해설

$ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a + 1) - 3a^2 = -3$$

$$a^2 + a - 3a^2 + 3 = 0$$

$$-2a^2 + a + 3 = 0, 2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(a + 1)(2a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$ax - 3y = -3, y = \frac{a}{3}x + 1$ 이므로

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$