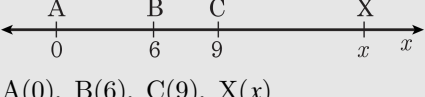


1. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?
- ① 6 km ② 9 km ③ 12 km
- ④ 15 km ⑤ 18 km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X 라 하면



A(0), B(6), C(9), X(x)
 A마을과 X마을 사이의 거리는
 C마을과 X마을 사이의 거리의 2배이므로
 $|x - 0| = 2|x - 9|$
 곧, $|x| = 2|x - 9|$
 $\therefore 2(x - 9) = \pm x$
 $\therefore x = 6$ 또는 $x = 18$
 여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.
 따라서 $x = 18$
 이 때, X마을과 B마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

2. 수직선 위의 점 A (-2) , B (-1) , C (5)가 있을 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 구하면?

① $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 5$

② $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 5$

③ $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 6$

④ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 6$

⑤ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$

해설

$$\overline{AB} = -1 - (-2) = 1$$

$$\overline{BC} = 5 - (-1) = 6$$

3. 좌표평면 위의 세 점 A(2, 0), B(3, a), C(4, 2)에 대하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} = \overline{BC} &\text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이므로} \\ (3-2)^2 + (a-0)^2 &= (4-3)^2 + (2-a)^2 \\ 1 + a^2 &= 1 + 4 - 4a + a^2 \\ 4a &= 4 \quad \therefore a = 1\end{aligned}$$

4. 두 점 A(1, 2), B(-2, 6) 사이의 거리는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{1 - (-2)^2 + (2 - 6)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} \\ &= 5\end{aligned}$$

5. 두 점 A(-1, 4), B(6, 3) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P(a, b)
라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

P = ($a, 0$) 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서
 $(a + 1)^2 + 4^2 = (a - 6)^2 + 9$, $a = 2$
 $\therefore$ P = (2, 0)
 $a + b = 2$

6. 두 점 A $(-1, 1)$, B $(1, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

① $(3, 0)$ ② $(5, 0)$ ③ $(0, 3)$ ④ $(0, 5)$ ⑤ $(0, 7)$

해설

y 축 위의 점을 $(0, a)$ 라 하면

$\therefore 1^2 + (a - 1)^2 = 1^2 + (a - 5)^2$ 정리하면

$a = 3$

7. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

8. 세 점 A(2, 4), B(-2, 2), C(a, b)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (0, 2)일 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.
- ① 정삼각형
② 직각삼각형
③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
④ $\overline{AB} = \overline{CA}$ 인 이등변삼각형
⑤ 알 수 없다.

해설

무게중심의 좌표가 (0, 2)이므로

$$\frac{2 + (-2) + a}{3} = 0, \frac{4 + 2 + b}{3} = 2$$

$$\therefore a = 0, b = 0$$

$$\therefore C(0, 0)$$

$\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 구하면

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (2 - 4)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\{0 - (-2)\}^2 + (0 - 2)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(0 - 2)^2 + (0 - 4)^2} = 2\sqrt{5}$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{CA}$ 인 이등변삼각형이다.

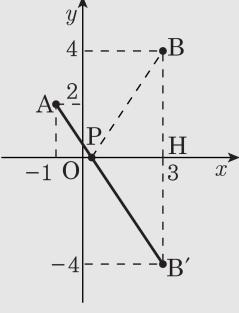
9. 두 점 A (−1, 2) , B (3, 4)에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

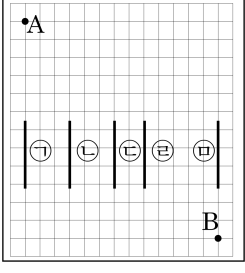
해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B' (3, −4)
 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$
 따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고
 세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때
 가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



10. 다음 그림은 어느 운동장에 있는 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 5개의 평균대를 모눈종이에 나타낸 것이다. 동현이가 A 지점에서 출발하여 평균대 위를 걸어서 지나 B 지점까지 도착하는 경기를 하려 한다. 이동 거리를 가장 짧게 하려 할 때, 지나야 할 평균대는?

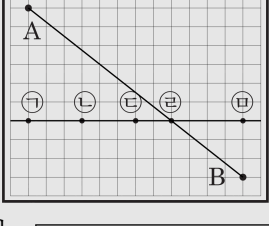


- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢

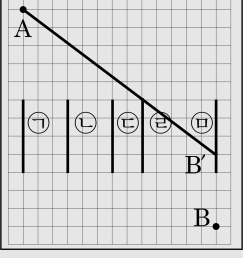
- ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

각 평균대의 한 끝점을 다른 한 끝점에 오도록 접으면 다음 그림과 같으므로 $\overline{AB}$ 위에 끝점이 있는 평균대 ㉣을 걸어서 지날 때 이동거리가 가장 짧다.



평행사변형의 성질을 이용하여 그림과 같이 B 지점에서 위로 4 칸 이동한 지점 B' 을 잡으면 이동 거리는 A 지점에서 B' 지점까지 이동한 후 B' 지점에서 B 지점까지 이동하는 거리와 같다. 이동 거리가 가장 짧은 것은 $\overline{AB'} + \overline{B'B}$ 이므로 $\overline{AB'}$ 위에 끝점이 있는 평균대 ㉣을 지나야 한다.



11. 두 점 A(1),B(5)에 대하여 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점 P와 선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{3 \times 5 + 1 \times 1}{3 + 1} = 4$$

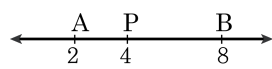
∴ P(4)

$$\frac{3 \times 5 - 1 \times 1}{3 - 1} = 7$$

∴ Q(7)

$$\therefore PQ = |7 - 4| = 3$$

12. 다음 수직선 위의 세 점 A, B, P 에 대하여
선분 AP 와 선분 PB 의 길이의 비는?



- ① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 1 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 1 : 4

해설

선분 AP의 길이는 $4 - 2 = 2$,
선분 PB 의 길이는 $8 - 4 = 4$ 이다.
따라서 선분 AP와 선분 PB 의 길이의 비는
 $2 : 4 = 1 : 2$ 이다.

13. 평행사변형 ABCD에서 꼭짓점 A(-1, -2), B(6, 4), D(0, 2)이고, $\overline{AB}$ 와 BC가 이웃하는 두 변일 때 나머지 한 꼭짓점 C의 좌표는?

① C(5, 0)

② C(0, 5)

③ C(7, 8)

④ C(8, 7)

⑤ C(7, 6)

해설

$C(a, b)$ 라고 하면, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점은 같다.

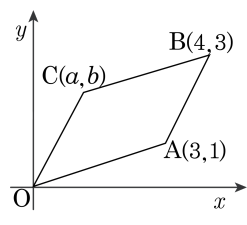
$$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{-2+b}{2}\right) = \left(\frac{6+0}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$$

$$-1+a=6, \quad -2+b=6$$

$$\therefore a=7, \quad b=8$$

$$\therefore C(7, 8)$$

14. 다음 그림과 같이 네 점 A(3, 1), B(4, 3), C(a, b), O(0, 0)을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 OABC에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 OABC에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

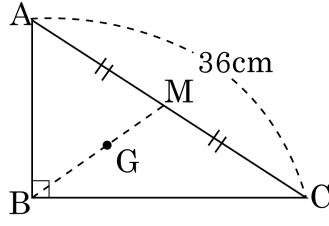
15. 두 점 $A(a, 4)$, $B(1, b)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P , y 축 위의 점을 Q 라 하면, $\triangle OPQ$ 의 무게중심은 $G(-1, 1)$ 이다. 이때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$P(x, 0)$, $Q(0, y)$ 라 하면,
 $\frac{0 + x + 0}{3} = -1, \frac{0 + 0 + y}{3} = 1$ 에서
 $x = -3, y = 3$
 $\therefore P(-3, 0), Q(0, 3)$
 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서
 $(a + 3)^2 + 4^2 = (1 + 3)^2 + b^2$
 $a^2 + 6a + 9 = b^2$
 $\overline{QA}^2 = \overline{QB}^2$ 에서
 $a^2 + (4 - 3)^2 = 1^2 + (b - 3)^2$
 $a^2 = b^2 - 6b + 9$
두 식을 변변 빼고 정리하면 $a - b = -3$

16. $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AC}$ 의 중점을 M, 무게중심을 G라 할 때, $\overline{BG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 빗변의 중점 M은

$\triangle ABC$ 의 외심이다.

따라서 $\overline{MA} = \overline{MC} = \overline{MB} = 18$

한편, G는 무게중심이므로

$$\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BM} = 12(\text{cm})$$

17. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

① (0, 0)

② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

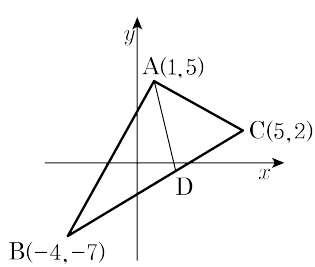
$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

18. 다음 그림과 같이 세 점 A(1, 5), B(-4, -7), C(5, 2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, 점 D의 좌표는?



- ① $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ② $\left(\frac{9}{4}, -\frac{3}{4}\right)$
 ③ $(2, -1)$ ④ $\left(\frac{7}{4}, -\frac{5}{4}\right)$
 ⑤ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

해설

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(1+4)^2 + (5+7)^2} = 13$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(5-1)^2 + (2-5)^2} = 5$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 13 : 5$$

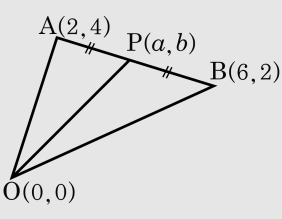
$$\therefore D\left(\frac{-20+65}{13+5}, \frac{-35+26}{13+5}\right) = D\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

19. 세 점 $O(0,0)$, $A(2,4)$, $B(6,2)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAB 의 넓이가 삼각형 OAP 의 넓이의 2배일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의
높이가 같으므로
 $\triangle OAB = 2\triangle OAP$ 이려면
 P 는 선분 AB 의 중점이어야 한다.
이 때, $P\left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$
즉 $P(4,3)$ 이므로 $a=4, b=3$
 $\therefore a+b=7$



20. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{4}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.