

1. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

⋮

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

2. 60의 소인수를 구하면?

① 2, 3

② 2, 3, 5

③ 2^3 , 3, 5

④ 1, 2, 3, 5

⑤ 2, 1, 1

해설

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

따라서 60의 소인수는 2, 3, 5이다.

3. 다음 각 수를 나열한 것을 보고 공통인 수를 찾으먼?

7, 14, 21, 28, ...
21, 42, 63, 84, ...

- ① 7, 14, 21, 28
- ② 7, 14, 21, 28, ...
- ③ 21, 42, 63, 84
- ④ 21, 42, 63, 84, ...
- ⑤ 147, 294, 441, 588, ...

해설

첫 번째 줄의 수는 7 의 배수이고 두 번째 줄의 수는 21 의 배수 이다.
따라서 공통인 수를 찾으먼 7과 21 의 공배수, 즉 21 의 배수를 찾으먼 된다.

4. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

5. 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다.
가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로
필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장)이다.

6. 10으로 나누면 1이 남고, 4와 6으로 나누면 1이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 131

해설

$$60 \times 2 + 11 = 131$$

7. 두 자연수 A, B 가 있다. A 를 B 로 나누었을 때의 몫이 8, 나머지가 7 이었다. A 를 2 로 나누었을 때의 나머지는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$A = 8 \times B + 7 = 2 \times b \times 4 + 2 \times 3 + 1$ 이므로 나머지는 1 이다.

8. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.

㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣ 392 는 4 의 배수이다.

㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

9. 세 수 42, 24, 63 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.

10. 두 자연수 A 와 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, 가능한 A 의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A = a \times b \times c \times d$ 라 하면

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{a \times b \times c \times d} = 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$\therefore a = 2^5, b = 1, 3, 3^2, c = 1, 5, d = 7$

따라서, A 는 $2^5 \times 7, 2^5 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3 \times 7, 2^5 \times 3 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 의 6 개이다.

11. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 이므로 A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 26, 52, 78 이다.
따라서 3 개이다.

12. 가로와 세로의 길이가 각각 180cm, 150cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은?
- ① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개
 - ② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개
 - ③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개
 - ④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개
 - ⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

2)180 150

3) 90 75

5) 30 25

6 5

∴ 2×3×5 = 30

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.

(가로) = 180 ÷ 30 = 6(개)

(세로) = 150 ÷ 30 = 5(개)

∴ (필요한타일수) = 6 × 5 = 30(개)

13. 어떤 자연수로 17을 나누면 1이 남고, 34를 나누면 2가 남는다. 어떤 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

17을 나누면 1이 남는다. : $(17-1)$ 을 나누면 나누어 떨어진다.
34를 나누면 2가 남는다. : $(34-2)$ 를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수들은 16과 32의 공약수이고, 가장 큰 수는 16과 32의 최대공약수 16이다.

14. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각 각 회전해야 하는 수를 a , b 라 할 때 $a + b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는 $96 \div 48 = 2$ (번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는 $96 \div 32 = 3$ (번) 회전해야 하므로 $a + b = 2 + 3 = 5$

15. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.
- ② 가장 작은 소수는 2 이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 두 소수의 곱은 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

- ㉠ 모든 소수는 홀수이다 → 소수 중 2 는 짝수이다.
- ㉡ 두 소수의 곱은 소수이다 → 두 소수의 곱은 $2 \times 3 = 6$, $3 \times 5 = 15$ 등으로 합성수이다.

16. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

17. $42 \times A$ 의 약수의 개수가 16개일 때, 가장 작은 A 의 값과 두 번째로 작은 A 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times 3 \times 7 \times A$ 약수의 개수가 16개이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^2, 7^2$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.
따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,
두 번째로 작은 값은 5
 $\therefore 4 + 5 = 9$

18. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

a, b 의 공약수는 24의 약수이므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32
따라서 $a, b, 32$ 의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

19. 약수의 개수가 24 개이고 두 개의 소인수로 이루어진 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 864

해설

$$n = a^x \times b^y \rightarrow (x+1) \times (y+1) = 24$$

$$\rightarrow (x, y) = (1, 11), (2, 7), (3, 5), (5, 3), (7, 2), (11, 1)$$

따라서, 이러한 x, y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는

$$2 \times 3^{11}, 2^2 \times 3^7, 2^3 \times 3^5, 2^5 \times 3^3, 2^7 \times 3^2, 2^{11} \times 3 \text{ 중 하나이다.}$$

$$\therefore n = 864$$

20. 두 자연수의 곱이 972 이고, 최대공약수가 9 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 36

해설

두 자연수를 A, B 라 하고 최소공배수를 L 이라 하면 $972 = 9 \times L$ 이므로 $L = 108$

$$9) \begin{array}{r} A \quad B \\ a \quad b \end{array}$$

$$9 \times a \times b = 108$$

$$a \times b = 12 \text{ (단, } a, b \text{ 는 서로소)}$$

$$A = 9 \times a, B = 9 \times b \text{ 이고 } A > B \text{ 라 하면}$$

$$a = 12, b = 1 \text{ 또는 } a = 4, b = 3$$

$$(i) a = 12, b = 1 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 9 \times 12 - 9 \times 1 = 99$$

$$(ii) a = 4, b = 3 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 9 \times 4 - 9 \times 3 = 9$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 27, 36 이다.