1. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3,\ 4$ ② $-4,\ 4$ ③ $-3,\ 3$

④ $-4,\ 5$ ⑤ $-2,\ 3$

해설

$x^2 - x - 12 = 0$

$(x-4)(x+3) = 0$

$x = 4$ 또는 $x = -3$

2. 다음 이차방정식 중 해가 <u>없는</u> 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$　② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$　④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

3. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2 cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① $(4+3\sqrt{2})$cm ② $(4-\sqrt{2})$cm ③ $(4+\sqrt{2})$cm
④ $(4-2\sqrt{2})$cm ⑤ $(4+2\sqrt{2})$cm

해설

처음 원의 반지름을 x cm 라 하면,
$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$
$x^2 = 2(x^2-4x+4)$
$(x-4)^2 = 8$
$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$
$x > 2$ 이므로 $x = 4+2\sqrt{2}$(cm) 이다.

4. 방정식 $3x(Ax-5)=6x^2+2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면
$3Ax^2-15x-6x^2-2=0$
$(3A-6)x^2-15x-2=0$
$A=2$이면 $3A-6=0$이므로 일차방정식이다.

5. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 한 근이 a 일 때, $a+\frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x=a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2+5a+1=0$ 에서 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$\therefore\ a+\frac{1}{a}=-5$

6. $(2x+3):(x-3)=x:4$ 를 만족하는 x 의 값을 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=11$

해설

$(2x+3):(x-3)=x:4$

$x^2-3x=4(2x+3), x^2-3x=8x+12$

$x^2-11x-12=0, (x+1)(x-12)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=12$

따라서 $a+b=11$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 3a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① a 의 값은 4 이다.

② 다른 한 근을 b 라 하면 $a + b = -2$ 이다.

③ 주어진 방정식의 x 의 계수와 상수항의 합은 4 이다.

④ 다른 한 근은 이차방정식 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 의 근도 된다.

⑤ 주어진 방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내면 $q = 4$ 이다.

해설

한 근 $x = 2$ 를 대입하면 $2^2 - 2a \times 2 + 3a = 0$
$\therefore\ a = 4$
따라서 주어진 식은 $x^2 - 8x + 12 = 0$
$(x - 2)(x - 6) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 6$
$\therefore\ a + b = 4 + 6 = 10$

8. 다음 중 보기의 이차방정식과 근의 개수가 다른 것을 모두 골라라.

보기

$(x-3)^2 = 2x-7$

① $x^2+16=-8x$ ② $3x^2+6x=-3$

③ $10x^2=3x+1$ ④ $6(2x^2-1)=x$

⑤ $x^2=6\left(x-\frac{3}{2}\right)$

해설

$(x-3)^2=2x-7$ 에서
$x^2-8x+16=0$ 이므로
$(x-4)^2=0$
$\therefore x=4$
중근을 가지므로 근의 개수는 1개이다.
① $(x+4)^2=0$
$\therefore x=-4$
② $x^2+2x+1=0$, $(x+1)^2=0$
$\therefore x=-1$
③ $(5x+1)(2x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
④ $(3x+2)(4x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{4}$
⑤ $x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$
$\therefore x=3$

9. 이차방정식 $2x^2 - 8x + k - 2 = 0$ 가 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$2(x-2)^2 = 2x^2 - 8x + 8 = 2x^2 - 8x + k - 2 = 0$

$k - 2 = 8$

$\therefore k = 10$

10. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

① $(x+1)^2=5 \rightarrow x=-1\pm\sqrt{5}$

② $3x^2-6x-5=0 \rightarrow x=1\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\dfrac{1}{2}x^2-3=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{6}$

④ $\dfrac{1}{2}x^2-x-1=0 \rightarrow x=1\pm\sqrt{3}$

⑤ $2(x-5)^2-1=0 \rightarrow x=5\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

해설

② $3x^2-6x-5=0, 3(x^2-2x)=5$

$3(x^2-2x+1)=5+3$

$3(x-1)^2=8$

$\therefore x=1\pm\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

11. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$ax^2 + 2bx + c = 0 \, (a \neq 0)$

$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$

$x^2 + \frac{2b}{a}x + ① = -\frac{c}{a} + ①$

$(x + ②)^2 = ③$

$x = ④ \pm ⑤$

① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$ax^2 + 2bx + c = 0 \, (a \neq 0)$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$,

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$

$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$

$x + \frac{b}{a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$

$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

12. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$2x^2 - 3x - 10 = 0$

$\therefore x = \dfrac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$

따라서 $k = \dfrac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

13. 이차방정식 $9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{2}{3}$

▷ 정답: $x = -\frac{2}{3}$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때

$9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}$, $9x^2 - 2 = 3x$

$9x^2 - 3x - 2 = 0$, $(3x + 1)(3x - 2) = 0$

$x \geq 0$ 이므로 $x = \frac{2}{3}$

(ii) $x < 0$ 일 때

$9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}$, $9x^2 - 2 = -3x$

$9x^2 + 3x - 2 = 0$, $(3x - 1)(3x + 2) = 0$

$x < 0$ 이므로 $x = -\frac{2}{3}$

(i), (ii) 에서 $x = \pm\frac{2}{3}$

14. $a,\ b$ 가 $(a-b)^2-3(a-b)-10=0,\ a+b=-3$ 을 만족할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $a,\ b$ 는 모두 음수)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$a-b=t$ 로 치환하면 $(t+2)(t-5)=0$

$t=-2$ 또는 $t=5$

i) $\begin{cases} a-b=5 \\ a+b=-3 \end{cases}$ 또는

ii) $\begin{cases} a-b=-2 \\ a+b=-3 \end{cases}$

i) 에서 $a=1,\ b=-4$ 이므로 a,b 가 음수라는 조건에 맞지 않다.

ii) 에서 $a=-\frac{5}{2},\ b=-\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{a}{b}=5$

15. 들어 있는 구슬의 개수의 차이가 6 개인 상자가 2 개 있다. 상자에 들어 있는 구슬의 곱이 72 일 때, 구슬이 더 많이 들어 있는 상자 안의 구슬의 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

두 상자에 들어있는 구슬의 수를 x, $x-6$ 라 하면
$x(x-6)=72$
$(x-12)(x+6)=0$
$x>0$ 이므로 $x=12$ (개)

16. 과학탐구반 학생들이 70m 높이의 건물 꼭대기에서 물로켓을 쏘아 올리는데 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(70+25t-5t^2)$m 라고 할 때, 물로켓을 쏘아 올린 후 이 로켓의 높이가 40m 가 될 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$70+25t-5t^2=40$
$t^2-5t-6=0$
$(t-6)(t+1)=0$
$\therefore t=6$ (초)($\because t>0$)

17. 이차함수 $y = a(x+1)^2 + 3$ 의 그래프는 직선 $x = b$ 를 축으로 하고, 원점을 지날 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = a(x+1)^2 + 3$ 의 축의 방정식은 $x = -1$
$\therefore\ b = -1$
원점을 지난다고 했으므로 $0 = a(0+1)^2 + 3$
$\therefore\ a = -3$
$\therefore\ ab = (-3) \times (-1) = 3$

18. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.

② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.

③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.

⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k,\ x-1 = \pm\sqrt{3-k}$

$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{3-k}$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

19. 이차방정식 $5x^2 + 12x - 6 = 0$ 의 모든 근 p 에 대해서도 $|p| < n$ 을 만족하는 최소의 양의 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$p = \frac{-6 \pm \sqrt{66}}{5}$$

$$\left|\frac{-6 - \sqrt{66}}{5}\right| = \left|\frac{6 + \sqrt{66}}{5}\right| < n$$

따라서 최소의 양의 정수 n은 3이다.

20. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$은 중근을 갖는다.

$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$

$4(x^2 - 8x) = -k - 4$

$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$

$4(x-4)^2 = -k + 60$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$이다.

$\therefore\ k = 60$

21. 이차방정식 $x^2 + (m-4)x + 40 = 0$의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 큰 근을 α라 하고 $\alpha < 0$이면 $m = 17$이다.

② 주어진 식을 만족하는 해는 $8, 5$ 또는 $-5, -8$이다.

③ 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 9이다.

④ 작은 근을 α라 하고 $\alpha > 0$이면 $m < 0$이다.

⑤ 모든 m의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 α, $\alpha - 3$이라 하면
$\alpha(\alpha - 3) = 40$
$\alpha = 8$ 또는 $\alpha = -5$
따라서 두 근은 $8, 5$ 또는 $-5, -8$이다.
두 근의 합은 $13 = 4 - m$, $m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m$, $m = 17$
따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 8이다.

22. 자연수 1 에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6 부터 $n-1$ 까지의 합이 21 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$(6+7+8+\cdots+n-1)$
$=(1+2+\cdots+n-1)-(1+2+3+4+5)$
$\frac{(n-1)n}{2}-15=21$ 이므로
$n(n-1)=72$
$n^2-n-72=(n+8)(n-9)=0$
$n>0$ 이므로 $n=9$ 이다.

23. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 9이고, 일의 자리의 수의 2배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 99만큼 크다. 처음 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 243

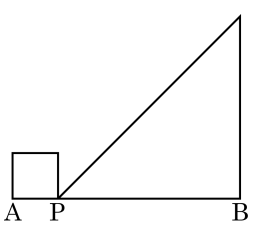
해설

일의 자리, 십의 자리, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r라 하면,
p, q는 0이상 10미만의 정수이고
r은 1이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p+q+r=9 & \cdots ㉠ \\ 2p=q+r & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡에서 $p=3$
$(100r+10q+3)+99=100\times 3+10q+r$
$\therefore r=2,\ q=4$
따라서 구하는 수는 243이다.

24. 길이가 10 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 36 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

선분 AP 의 길이를 x cm 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(10-x)^2$

$x^2 + \frac{1}{2}(10-x)^2 = 36$

$\frac{3}{2}x^2 - 10x + 50 - 36 = 0$

$3x^2 - 20x + 28 = 0$

$(3x-14)(x-2) = 0$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 2$(cm)

25. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y=-\frac{2}{3}x^2+m$ 에 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 대입하면

$-5=-\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2+m$

$\therefore m=-3$

26. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

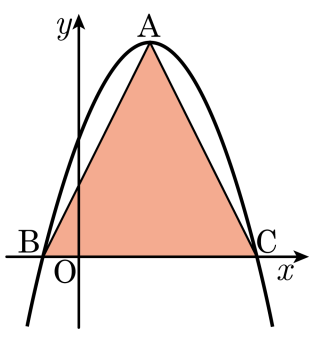
▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

해설

$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a$, $2a^2 + 3a - 2 = 0$,
$(2a - 1)(a + 2) = 0$
$\therefore a = \frac{1}{2}, \ -2$
x 축과 두 점에서 만나므로
$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0$, $a < \frac{1}{3}$
$\therefore \ a = -2$

27. 다음은 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6$, $18 = 3\ \overline{BC}$, $\overline{BC} = 6$

따라서 점 B 의 좌표는 $(-1,\ 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(5,\ 0)$ 이다.

$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 $(5,\ 0)$ 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$\therefore a = -\frac{2}{3}$