

1. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3, 4$

② $-4, 4$

③ $-3, 3$

④ $-4, 5$

⑤ $-2, 3$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

2. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

3. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$

② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$

③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$

④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$

⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

4. 방정식 $3x(Ax - 5) = 6x^2 + 2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$$3Ax^2 - 15x - 6x^2 - 2 = 0$$

$$(3A - 6)x^2 - 15x - 2 = 0$$

$A = 2$ 이면 $3A - 6 = 0$ 이므로 일차방정식이다.

5. 이차방정식 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

① -5

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2 + 5a + 1 = 0$ 에서 $a + 5 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -5$$

6. $(2x+3):(x-3)=x:4$ 를 만족하는 x 의 값을 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=11$

해설

$$(2x+3):(x-3)=x:4$$

$$x^2-3x=4(2x+3), x^2-3x=8x+12$$

$$x^2-11x-12=0, (x+1)(x-12)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=12$$

따라서 $a+b=11$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 3a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① a 의 값은 4 이다.

② 다른 한 근을 b 라 하면 $a + b = -2$ 이다.

③ 주어진 방정식의 x 의 계수와 상수항의 합은 4 이다.

④ 다른 한 근은 이차방정식 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 의 근도 된다.

⑤ 주어진 방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내면 $q = 4$ 이다.

해설

한 근 $x = 2$ 를 대입하면 $2^2 - 2a \times 2 + 3a = 0$

$$\therefore a = 4$$

따라서 주어진 식은 $x^2 - 8x + 12 = 0$

$$(x - 2)(x - 6) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = 6$$

$$\therefore a + b = 4 + 6 = 10$$

8. 다음 중 보기의 이차방정식과 근의 개수가 다른 것을 모두 골라라.

보기

$$(x-3)^2 = 2x-7$$

① $x^2 + 16 = -8x$

② $3x^2 + 6x = -3$

③ $10x^2 = 3x + 1$

④ $6(2x^2 - 1) = x$

⑤ $x^2 = 6\left(x - \frac{3}{2}\right)$

해설

$(x-3)^2 = 2x-7$ 에서
 $x^2 - 8x + 16 = 0$ 이므로

$$(x-4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 4$$

중근을 가지므로 근의 개수는 1개이다.

① $(x+4)^2 = 0$

$$\therefore x = -4$$

② $x^2 + 2x + 1 = 0, (x+1)^2 = 0$

$$\therefore x = -1$$

③ $(5x+1)(2x-1) = 0$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

④ $(3x+2)(4x-3) = 0$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{3}{4}$$

⑤ $x^2 - 6x + 9 = 0, (x-3)^2 = 0$

$$\therefore x = 3$$

9. 이차방정식 $2x^2 - 8x + k - 2 = 0$ 가 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$2(x-2)^2 = 2x^2 - 8x + 8 = 2x^2 - 8x + k - 2 = 0$$

$$k - 2 = 8$$

$$\therefore k = 10$$

10. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$

② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{6}$

④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

② $3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$

$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$

$3(x-1)^2 = 8$

$\therefore x = 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$

11. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

12. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$$

따라서 $k = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

13. 이차방정식 $9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{2}{3}$

▷ 정답 : $x = -\frac{2}{3}$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때

$$9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}, \quad 9x^2 - 2 = 3x$$

$$9x^2 - 3x - 2 = 0, \quad (3x + 1)(3x - 2) = 0$$

$$x \geq 0 \text{ 이므로 } x = \frac{2}{3}$$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}, \quad 9x^2 - 2 = -3x$$

$$9x^2 + 3x - 2 = 0, \quad (3x - 1)(3x + 2) = 0$$

$$x < 0 \text{ 이므로 } x = -\frac{2}{3}$$

(i), (ii)에서 $x = \pm \frac{2}{3}$

14. a, b 가 $(a-b)^2 - 3(a-b) - 10 = 0$, $a+b = -3$ 을 만족할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 모두 음수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$a-b = t$ 로 치환하면 $(t+2)(t-5) = 0$

$t = -2$ 또는 $t = 5$

$$\text{i) } \begin{cases} a-b=5 \\ a+b=-3 \end{cases} \quad \text{또는}$$

$$\text{ii) } \begin{cases} a-b=-2 \\ a+b=-3 \end{cases}$$

i) 에서 $a = 1$, $b = -4$ 이므로 a, b 가 음수라는 조건에 맞지 않다.

$$\text{ii) 에서 } a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 5$$

15. 들어 있는 구슬의 개수의 차이가 6개인 상자가 2개 있다. 상자에 들어 있는 구슬의 곱이 72 일 때, 구슬이 더 많이 들어 있는 상자 안의 구슬의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

두 상자에 들어있는 구슬의 수를 x , $x - 6$ 라 하면

$$x(x - 6) = 72$$

$$(x - 12)(x + 6) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 12 \text{ (개)}$$

16. 과학탐구반 학생들이 70m 높이의 건물 꼭대기에서 물로켓을 쏘아 올리는데 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(70 + 25t - 5t^2)$ m 라고 할 때, 물로켓을 쏘아 올린 후 이 로켓의 높이가 40m 가 될 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 2 초

② 3 초

③ 4 초

④ 5 초

⑤ 6 초

해설

$$70 + 25t - 5t^2 = 40$$

$$t^2 - 5t - 6 = 0$$

$$(t - 6)(t + 1) = 0$$

$$\therefore t = 6 \text{ (초)} (\because t > 0)$$

17. 이차함수 $y = a(x+1)^2 + 3$ 의 그래프는 직선 $x = b$ 를 축으로 하고, 원점을 지날 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = a(x+1)^2 + 3$ 의 축의 방정식은 $x = -1$

$$\therefore b = -1$$

원점을 지난다고 했으므로 $0 = a(0+1)^2 + 3$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore ab = (-3) \times (-1) = 3$$

18. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

19. 이차방정식 $5x^2 + 12x - 6 = 0$ 의 모든 근 p 에 대해서도 $|p| < n$ 을 만족하는 최소의 양의 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$p = \frac{-6 \pm \sqrt{66}}{5}$$

$$\left| \frac{-6 - \sqrt{66}}{5} \right| = \left| \frac{6 + \sqrt{66}}{5} \right| < n$$

따라서 최소의 양의 정수 n 은 3이다.

20. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

21. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.

$$\text{두 근의 합은 } 13 = 4 - m, m = -9 \text{ 또는 } -13 = 4 - m, m = 17$$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

22. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6부터 $n-1$ 까지의 합이 21일 때, n 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} & (6 + 7 + 8 + \cdots + n - 1) \\ &= (1 + 2 + \cdots + n - 1) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5) \end{aligned}$$

$$\frac{(n-1)n}{2} - 15 = 21 \text{ 이므로}$$

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = (n+8)(n-9) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ 이다.

23. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 9이고, 일의 자리의 수의 2배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.

또, 이 자연수의 각 자리수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 99만큼 크다. 처음 자연수를 구하여라.

▶ **답:**

▷ **정답:** 243

해설

일의 자리, 십의 자리, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면,
 p, q 는 0 이상 10 미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10 미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 9 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 2p = q + r & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

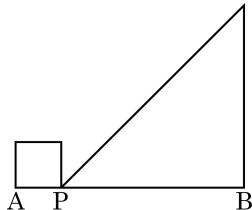
$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $p = 3$

$$(100r + 10q + 3) + 99 = 100 \times 3 + 10q + r$$

$$\therefore r = 2, q = 4$$

따라서 구하는 수는 243이다.

24. 길이가 10 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 36 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

선분 AP 의 길이를 x cm 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(10 - x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(10 - x)^2 = 36$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 10x + 50 - 36 = 0$$

$$3x^2 - 20x + 28 = 0$$

$$(3x - 14)(x - 2) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 2$ (cm)

25. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4

② 5

③ -5

④ -3

⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

26. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

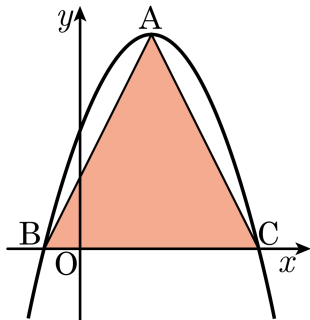
$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

27. 다음은 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.

$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 $(5, 0)$ 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$