

1. 다음 보기 중 $a^2(x-y) + 2ab(y-x)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a(y+x)$

㉡ $a(x-y)(a-b)$

㉢ $a(a-2b)$

㉣ $x(a-2b)$

㉤ $x-y$

㉥ $(x-y)(a-2b)$

① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉢, ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

$$\begin{aligned} a^2(x-y) + 2ab(y-x) &= a^2(x-y) - 2ab(x-y) \\ &= a(x-y)(a-2b) \end{aligned}$$

2. $a^3b^2 - \frac{1}{9}ab^2$ 을 인수분해 하는데 사용된 인수분해 공식을 골라라.

보기

㉠ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

㉡ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

㉢ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

㉣ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

㉤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} a^3b^2 - \frac{1}{9}ab^2 &= ab^2 \left(a^2 - \frac{1}{9} \right) \\ &= ab^2 \left(a + \frac{1}{3} \right) \left(a - \frac{1}{3} \right) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

㉢ 공식을 이용한다.

3. 다음 중 $x^4 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 - 1$

⑤ $x^2 + x - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 1 &= (x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

4. $x = -3 + \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 + 6x + 9$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (-3 + \sqrt{5} + 3)^2 = 5$$

5. $x + y = -2$, $xy = 1$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $(x - y)^2 = -1$

㉡ $x^2 + y^2 = 2$

㉢ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$

㉣ $x^2y + xy^2 = -2$

㉤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 3$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉡, ㉤

해설

㉠ $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 4 - 4 = 0$

㉢ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy} = -2$

㉤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x + y)^2 - 2xy}{xy} = 2$

6. 두 다항식 $x^2 - ax - 18$, $2x^2 - x + b$ 의 공통인 인수가 $x + 2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -3$

해설

$$x^2 - ax - 18 = (x - 9)(x + 2)$$

$$-a = -9 + 2, a = 7$$

$$2x^2 - x + b = (x + 2)(2x + q)$$

$$q + 4 = -1, q = -5$$

$$b = 2 \times (-5), b = -10$$

$$\therefore a + b = -3$$

7. 다음 보기 중에서 $2a^3 - a^2b - 3ab^2$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ a

㉡ $a - b$

㉢ $a + b$

㉤ $2a - b$

㉥ $2a + 2b$

㉦ $2a - 3b$

① ㉢, ㉦

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉤, ㉦

④ ㉠, ㉢, ㉦

⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

$$\begin{aligned} 2a^3 - a^2b - 3ab^2 &= a(2a^2 - ab - 3b^2) \\ &= a(2a - 3b)(a + b) \end{aligned}$$

따라서 인수는 ㉠, ㉢, ㉦ 이다.

8. $2x^2 - \frac{1}{2}$ 을 인수분해하면?

① $2\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

② $2(x + 1)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

③ $2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 1)$

④ $2(x + 1)(x - 1)$

⑤ $\frac{1}{2}(2x + 1)(x - 1)$

해설

$$2x^2 - \frac{1}{2} = 2\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

9. $x^4 - 10x^2 + 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 3$

③ $x^2 - 1$

④ $x + 9$

⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

10. $x^2 - y^2 - x + 5y - 6 = A(x + y - 3)$ 일 때, A 를 구하면?

① $x + y + 2$

② $3x - y + 2$

③ $x - y + 4$

④ $x - y + 2$

⑤ $x - 3y + 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - x + 5y - 6 \\ &= x^2 - x - (y^2 - 5y + 6) \\ &= x^2 - x - (y - 3)(y - 2) \\ &= \{x + (y - 3)\} \{x - (y - 2)\} \\ &= (x + y - 3)(x - y + 2) \\ &\therefore A = x - y + 2 \end{aligned}$$

11. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면

$$x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$$

$$\therefore a = 1, b = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 5$$

12. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{x + (y + 4)\} \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ \therefore a &= 1, b = -1, c = 2 \\ \therefore a + b + c &= 2 \end{aligned}$$

13. $x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x - 3y + 2)(x + 3y + 4)$

② $(x - 3y + 2)(x + 3y - 4)$

③ $(x + 3y + 2)(x + 3y - 4)$

④ $(x - 5y + 2)(x + 3y - 4)$

⑤ $(x - 3y + 4)(x + 3y - 2)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - 9y^2 + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - (9y^2 - 18y + 8) \\ &= x^2 - 2x - (3y - 2)(3y - 4) \\ &= \{x - (3y - 2)\} \{x + (3y - 4)\} \\ &= (x - 3y + 2)(x + 3y - 4) \end{aligned}$$

14. 이차식 $x^2 - 3xy + 2y^2 + 4x - 5y + 3$ 을 인수분해 하였더니 $(ax - y + b)(x + cy - d)$ 가 되었다. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a + b = 3$

② $b + c = 2$

③ $c + d = 1$

④ $a + c = -1$

⑤ $b + d = -3$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (4 - 3y)x + 2y^2 - 5y + 3 \\ &= x^2 + (4 - 3y)x + (2y - 3)(y - 1) \\ &= (x - 2y + 3)(x - y + 1) \\ \therefore a &= 1, b = 1, c = -2, d = -3 \end{aligned}$$

15. $x^2 - 2y^2 + xy - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x + 2y - 3)(x - y - 1)$

② $(x + 2y - 1)(x - y - 1)$

③ $(x + 2y - 1)(x - y - 2)$

④ $(x - 2y + 1)(x + y + 1)$

⑤ $(x + 2y + 1)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1 \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y^2 + y - 1) \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y - 1)(y + 1) \\ &= \{x + (2y - 1)\} \{x - (y + 1)\} \\ &= (x + 2y - 1)(x - y - 1) \end{aligned}$$

16. $x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x + 1)(x + 5y + 3)$

② $(x - 1)(x - 5y + 3)$

③ $(x - 1)(x + 5y - 3)$

④ $(x - 1)(x + 5y + 3)$

⑤ $(x + 1)(x - 5y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3 \\ &= x^2 + (5y + 2)x - (5y + 3) \\ &= (x + 5y + 3)(x - 1) \end{aligned}$$

17. 다음 식 $x^2 + (-2y + 3)x - (3y - 1)(y + 2)$ 를 인수분해하여 나온 일차식을 서로 더하면?

① $2x - 2y + 3$

② $2x - 2y + 1$

③ $2x - 3y + 3$

④ $2x - y + 3$

⑤ $x - 2y + 3$

해설

$$x^2 + (-2y + 3)x - (3y - 1)(y + 2)$$

$$= \{x - (3y - 1)\} \{x + (y + 2)\}$$

$$= (x - 3y + 1)(x + y + 2)$$

따라서 일차식 인수의 합은 $2x - 2y + 3$

18. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -10

② -9

③ -8

④ -3

⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,

$$x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16$$

$$= x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2)$$

$$= (x - 3y - 8)(x - y + 2)$$

$$\therefore a = -3, b = -8, c = -1, d = 2$$

$$\therefore -3 - 8 - 1 + 2 = -10$$

19. $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4$ 를 인수분해하면?

① $(x - y - 4)(x - y - 1)$

② $(x - y + 4)(x - y + 1)$

③ $(x + y + 4)(x + y + 1)$

④ $(x + y - 4)(x + y - 1)$

⑤ $(x - y - 4)(x - 2y - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4 \\ &= (x - y)^2 - 5(x - y) + 4 \\ &= (x - y - 4)(x - y - 1) \end{aligned}$$

20. $x + y = 5$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^2 &= (x + y)^2 - 4xy \\ &= 5^2 - 4 \times (-4) \\ &= 25 + 16 \\ &= 41\end{aligned}$$

21. $ab = 2$, $(a + 3)(b + 3) = 20$ 일 때, $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3 = (a + b)^3 - ab(a + b)$$

$$ab = 2, (a + 3)(b + 3) = 20 \text{ 에서}$$

$$2 + 3(a + b) + 9 = 20 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a + b = 3$$

$$\therefore (a + b)^3 - ab(a + b) = 3^3 - 2 \times 3 = 21$$

22. $a - 3b = 4$ 일 때, $ax - 3bx + ay - 3by - 4x - 4y$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - 3b)x + (a - 3b)y - 4(x + y) \\&= (a - 3b)(x + y) - 4(x + y) \\&= (x + y)(a - 3b - 4) \\&= (x + y)(4 - 4) = 0\end{aligned}$$

23. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

① $\pm \sqrt{5}$

② ± 4

③ ± 1

④ 2

⑤ -4

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 1 + 4 = 5$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 1 \times (\pm \sqrt{5}) = \pm \sqrt{5} \end{aligned}$$

24. $a + b = 2$, $a^2 - b^2 = 10$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 5$

해설

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 2 \times (a - b) = 10$$

$$\therefore a - b = 5$$

25. $a - b = 2\sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 3(a - b) - 12$ 의 값은?

① $-6\sqrt{3}$

② $1 - 6\sqrt{3}$

③ $2 - 6\sqrt{3}$

④ $3 - 6\sqrt{3}$

⑤ $4 - 6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 3(a - b) - 12 \\&= (2\sqrt{3})^2 - 3 \times 2\sqrt{3} - 12 \\&= 12 - 6\sqrt{3} - 12 = -6\sqrt{3}\end{aligned}$$

26. $x - y - 3 = 0$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 1$ 의 값은?

① -7

② -5

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$x - y = 3$ 이므로

$$\begin{aligned}(x - y)^2 - 5(x - y) + 1 &= 3^2 - 5 \times 3 + 1 \\ &= 9 - 15 + 1 = -5\end{aligned}$$

27. $a - \frac{1}{a} = 5$ 일 때, $a^4 - \frac{1}{a^4}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $135\sqrt{29}$

해설

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 25$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 29$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{29}$$

$$\begin{aligned}\therefore \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a - \frac{1}{a}\right) &= 27 \times \sqrt{29} \times 5 \\ &= 135\sqrt{29}\end{aligned}$$

28. $a + b = 5$ 이고, $ax + bx - 2ay - 2by = 20$ 일 때, $x^2 - 4xy + 4y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} ax + bx - 2ay - 2by &= x(a + b) - 2y(a + b) \\ &= (a + b)(x - 2y) = 20 \end{aligned}$$

$$5 \times (x - 2y) = 20, \quad x - 2y = 4$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = (x - 2y)^2 = 4^2 = 16$$

29. $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{5}$ 일 때, $5x^2 + \frac{5}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 215

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\&= (3\sqrt{5})^2 - 2 \\&= 45 - 2 \\&= 43\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 5x^2 + \frac{5}{x^2} &= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\&= 5 \times 43 \\&= 215\end{aligned}$$

30. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$x^{16} - 1$$

$$= (x^8 + 1)(x^8 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8 이다.

31. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \text{}y^2)(x + \text{}y)(x - \text{}y)$$

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y)\end{aligned}$$

$$\therefore 9 + 3 + 3 = 15$$

32. $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)$ 로 인수분해될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=4$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40 \\ &= (x^2-1)(x^2-4)-40 \\ &= x^4-5x^2-36 \\ &= (x^2+4)(x^2-9) \\ &= (x-3)(x+3)(x^2+4) \text{ 이므로} \\ & a+b+c=4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

33. 다항식 $x^4 - 3x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해 될 때,
 $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$x^2 = X$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= X^2 - 3X + 1 \\&= X^2 - 2X + 1 - X \\&= (X - 1)^2 - X \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 - 1 - x)(x^2 - 1 + x) \\&= (x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$a = -1, b = -1, c = 1, d = -1$ 이거나

$a = 1, b = -1, c = -1, d = -1$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$