1. 다음 방정식 중에서 증근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$	㉡ $4x^2 + 12x + 9 = 0$
㉢ $x^2 - 10x + 25 = 0$	㉣ $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0$
㉤ $9x^2 - 30x + 25 = 0$	

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

모두 증근을 갖는다.

$$\text{㉠ } x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (증근)}$$

$$\text{㉡ } 4x^2 + 12x + 9 = 0 \Rightarrow (2x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ (증근)}$$

$$\text{㉢ } x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (증근)}$$

$$\text{㉣ } \frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ (증근)}$$

$$\text{㉤ } 9x^2 - 30x + 25 = 0 \Rightarrow (3x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} \text{ (증근)}$$

2. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 23

⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$\therefore A = 10$

3. $(x+y)(x+y-6) - 16 = 0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y = A$ 라고 하면

$$A(A-6) - 16 = 0$$

$$A^2 - 6A - 16 = 0$$

$$(A-8)(A+2) = 0$$

$\therefore x+y = 8$ 또는 $x+y = -2$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8 + (-2) = 6$ 이다.

4. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 1 ② -2 ③ 2 ④ 10 ⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$
 $x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$
두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$
 $\therefore a - b = -10$

5. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로

$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 5$$

6. 이차방정식 $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이 $-3 + \sqrt{10}$ 일 때, 다른 한 근과 a 의 값이 옳게 짝지어진 것은?

- ① $3 - \sqrt{10}, a = -1$ ② $3 + \sqrt{10}, a = -1$
③ $-3 - \sqrt{10}, a = -19$ ④ $3 - \sqrt{10}, a = -19$
⑤ $-3 - \sqrt{10}, a = -1$

해설

주어진 방정식의 다른 한 근을 α 라 하면, 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (-3 + \sqrt{10}) = -6$$

$$\therefore \alpha = -3 - \sqrt{10}$$

두 근의 곱에서

$$a = (-3 + \sqrt{10})(-3 - \sqrt{10}) = 9 - 10 = -1$$

7. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $(x-1)^2 = x+3$ 을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은

$x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A+B$ 의 값은?

- ① -20 ② -16 ③ 16 ④ 20 ⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$\therefore A = 3, B = 17$

$\therefore A + B = 20$

9. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

10. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

- ① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$ ② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$
③ $x = 4$ 또는 $x = -3$ ④ $x = -4$ 또는 $x = 3$
⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}10(x-1) &= 6(x+1)(x-3) \\10x-10 &= 6x^2-12x-18 \\6x^2-22x-8 &= 0 \\2(3x^2-11x-4) &= 0 \\(3x+1)(x-4) &= 0 \\\therefore x &= 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $(x-3)^2 - (x-3) = 12$ 를 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 4$

② $x = -4$ 또는 $x = 3$

③ $x = 0$ 또는 $x = 7$

④ $x = -7$ 또는 $x = 0$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 6$

해설

$$(x-3)^2 - (x-3) = 12$$

$$x-3 = A \text{ 라고 하면}$$

$$A^2 - A - 12 = 0$$

$$(A-4)(A+3) = 0$$

$$(x-3-4)(x-3+3) = 0$$

$$x(x-7) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 7$$