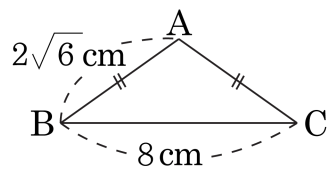


1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{6}\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

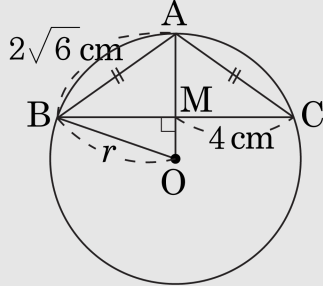


▶ 답: cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}\text{cm}$

해설

외접원의 반지름을 r 이라 하자. 원의 중심 O 에서 현 CB 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 그 연장선은 점 A 와 만난다.



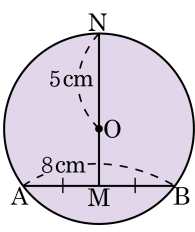
$$\overline{\text{MA}}^2 = (2\sqrt{6})^2 - 4^2 = 8$$

$$\therefore \overline{MA} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}, \overline{OM} = r - 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$r^2 - 4^2 = (r - 2\sqrt{2})^2, \quad 4\sqrt{2}r = 24$$

$$\therefore r = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

2. 오른쪽 그림과 같이 현 AB의 수직이등분선과 원 O가 만나는 점을 N이라고, 현 AB와 만나는 점을 M이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?

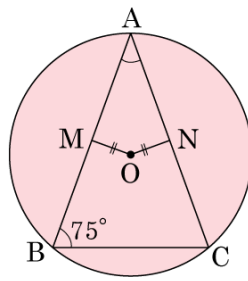


- ① 7 cm ② $7\sqrt{3}$ cm ③ 8 cm
 ④ $8\sqrt{3}$ cm ⑤ 9 cm

해설

$\triangle OAM$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{OM}^2$ 이므로
 $5^2 = 4^2 + \overline{OM}^2$
 $\overline{OM} = 3$ cm ($\because \overline{OM} > 0$)
 $\therefore \overline{MN} = \overline{OM} + \overline{ON} = 3 + 5 = 8$ (cm)

3. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle B = 75^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 65°

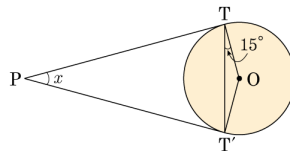
해설

원의 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 현의 길이는 같다.
따라서, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle A + 75^\circ \times 2 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ$$

4. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 은 접선이고, 두 점 T, T' 은 접점이다. $\angle OTT' = 15^\circ$ 일 때, $\angle TPT'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 30°

해설

$$\angle PTO = \angle PT'O = 90^\circ$$

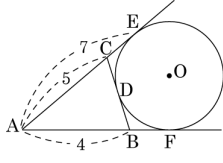
$$\angle PTT' = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

 $\Delta PTT'$ 은 이드변사가형이므로

$$\angle TPT' = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$$

5. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 방접원이고 점 D, E, F는 원 O의 접점이다.

$\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AE} = 7$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

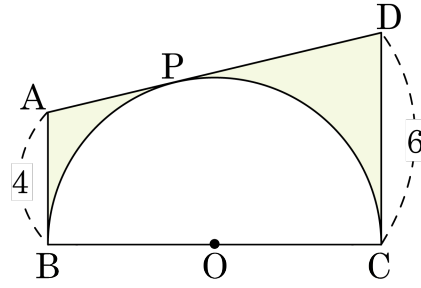
▷ 정답 : 5

해설

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$$

$$\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CE} = 3 + 2 = 5$$

6. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O의 지름이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 모두 원 O의 접선일 때, 색칠한 부분의 둘레는?



- ① 20
- ② $10 + 21\pi$
- ③ $12 + 2\sqrt{3}\pi$
- ④ $20 + 2\sqrt{6}\pi$
- ⑤ $20 + 5\pi$

해설

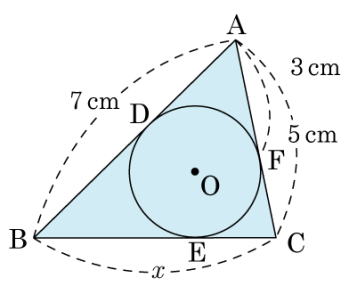
$$\overline{AB} = \overline{AP}, \overline{DP} = \overline{DC}$$

$$\overline{AD} = \overline{AP} + \overline{DP} = 10$$

반원의 둘레는 $\frac{1}{2} \times \pi \times 4\sqrt{6} = 2\sqrt{6}\pi$
따라서, 색칠한 부분의 둘레는 $2\overline{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 20 + 2\sqrt{6}\pi$

7. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F는 접점일 때, x 의 값은?

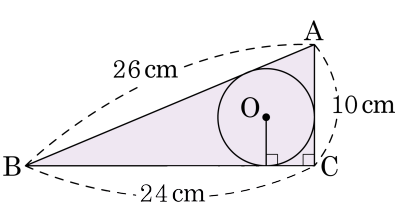
- ① 6cm ② 7cm
 ③ 8cm ④ 9cm
 ⑤ 10cm



해설

$\overline{AF} = 3(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CF} = \overline{CE} = 2(\text{cm})$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 4(\text{cm})$
 $\therefore x = \overline{BE} + \overline{CE} = 4 + 2 = 6(\text{cm})$

8. 다음 그림의 원 O는 $\overline{AB} = 26\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각 삼각형에 내접하고 있다. 내접 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 1cm ② $\frac{3}{2}\text{cm}$ ③ 2cm ④ $\frac{7}{2}\text{cm}$ ⑤ 4cm

해설

원 O와 직각삼각형 ABC의 접점을 각각 D, E, F라고 하고, 원의 반지름을 r 라고 하자. □CFOE가 정사각형이므로

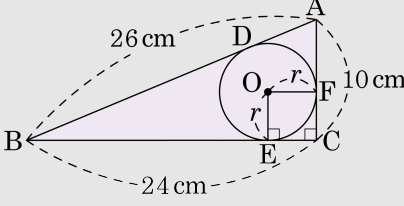
$$\overline{CF} = \overline{CE} = r(\text{cm})$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 24 - r(\text{cm})$$

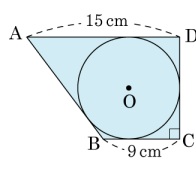
$$\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 10 - r(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}, 26 = (24 - r) + (10 - r)2r = 8$$

$$\therefore r = 4(\text{cm})$$



9. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답 : $\frac{45}{4}\pi \text{ cm}$

해설

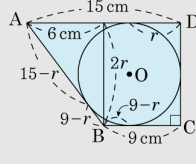
$$\begin{aligned} \text{반지름의 길이를 } rcm \text{라 하면 } (15-r+9-r)^2 &= 6^2 + (2r)^2, (24-2r)^2 = 36 + 4r^2 \\ 576 - 96r + 4r^2 &= 36 + 4r^2 \end{aligned}$$

$$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$$

$$\therefore r = \frac{45}{8}(cm)$$

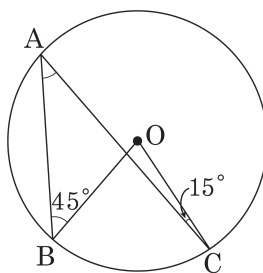
$$\therefore r = \frac{15}{8}(cm)$$

$$(\text{원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi (\text{cm})$$



10. 다음 그림에서 $\angle ABO = 45^\circ$, $\angle ACO = 15^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

- ① 15° ② 20° ③ 28°
④ 30° ⑤ 35°

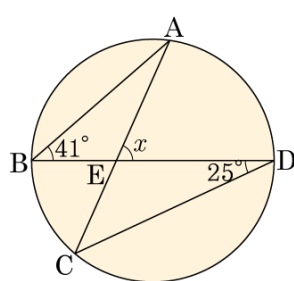


해설

$\triangle AOC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAO = 15^\circ$
작은 쪽의 $\angle AOC = 150^\circ$, 큰 쪽의 $\angle AOD = 210^\circ$
 $\angle ABC = 210^\circ \times \frac{1}{2} = 105^\circ$ $\therefore \angle OBC = 60^\circ$
 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OCB = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

11. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

- ① 60° ② 62° ③ 64°
④ 66° ⑤ 68°



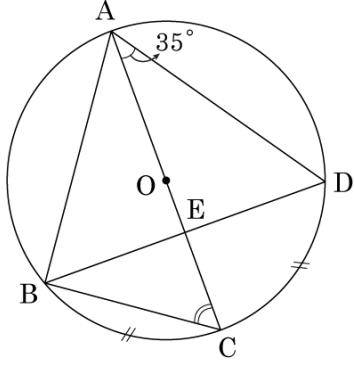
해설

$$\angle ACD = \angle ABD = 41^\circ$$

$\triangle ECD$ 에서

$$\angle x = \angle ECD + \angle EDC = 41^\circ + 25^\circ = 66^\circ$$

12. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 지름이고,
 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle CAD = 35^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?

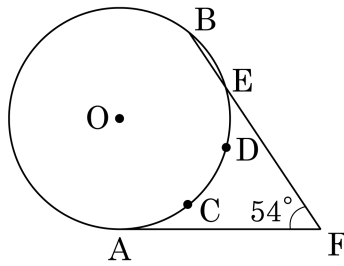


- ① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

- i) $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 이므로 $\angle BAC = 35^\circ$
 ii) $\angle ABC$ 는 반원에 대한 원주각이므로
 $\angle ABC = 90^\circ$
 $\therefore \angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$

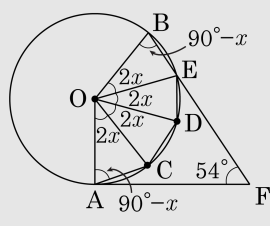
13. 다음 그림에서 세 점 C,D,E 는 호 AB 의 사등분점이고, 점 A 는 원 O 의 접점일 때, $\angle CAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: — ○

▶ 정답 : 18°

해설



$\angle CAD = x$ 라 하면

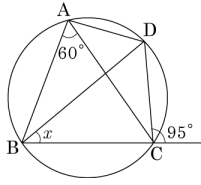
 $\angle COD = 2\angle CAD = 2x$ 이다.
$$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 5.0\text{pt}\widehat{DE} = 5.0\text{pt}\widehat{EB} \text{ 이므로}$$
 $\angle AOC = \angle DOE = \angle FOB = 2x$ 이다. $\angle AOC = \angle L$
 $\triangle OAC$ 에서
$$\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 2x) = 90^\circ - x \text{ 이다.}$$
$$\triangle OBE \equiv \triangle OAC \text{ 이므로}$$

$\angle OBE \equiv \angle OAC$ 이므로
 $\angle OBE = \angle OAC = 90^\circ - x$ 이다.

$\square OAFB$ 에서 네 각의 크기의 합은

$$8x + 90^\circ + 54^\circ + (90^\circ - x) = 360^\circ \text{ 이다.}$$
$$7x = 126^\circ$$
$$\therefore x = 18^\circ$$

14. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

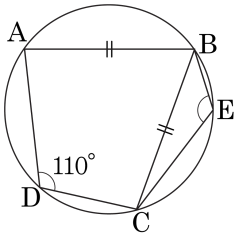


- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\angle x = \angle DAC$ 이고
 $\angle BAC + \angle DAC = 95^\circ$
 $\angle DAC = 95^\circ - 60^\circ = 35^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle DAC = 35^\circ$

15. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 의 외접원 위의 호 AD 위에 점 E 를 잡을 때, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle D = 110^\circ$ 이면 보기에서 옳지 않은 것을 골라라.



보기

- ㉠ $\angle BAC = \angle BCA$ 이다.
- ㉡ $\angle ABC = 70^\circ$ 이다.
- ㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 55^\circ$ 이다.
- ㉣ $\angle BEC + \angle BCA = 180^\circ$ 이다.
- ㉤ $\angle BEC = 115^\circ$ 이다.

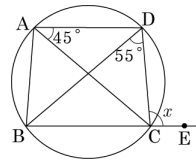
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ 내접사각형 ABEC 에서 $\angle BEC = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 35^\circ = 125^\circ$

16. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



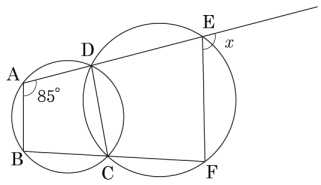
- ① 100° ② 102° ③ 104° ④ 106° ⑤ 108°

해설

$$\angle BAC = \angle BDC = 55^\circ$$

$$\therefore \angle x = 45^\circ + 55^\circ = 100^\circ$$

17. 다음 그림에서 $\angle A = 85^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

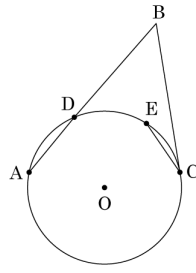


- ① 80° ② 85° ③ 90° ④ 95° ⑤ 100°

해설

원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle DCF = \angle A = 85^\circ$ 이다.
 $\square CDEF$ 가 원에 내접하므로
 $\angle x = \angle DCF = 85^\circ$ 이다.

18. 다음 그림에서 두 점 D, E 가 호 AC 의 삼등분점이고, $\angle ABC = 50^\circ$, 점 C 는 원 O 의 접점일 때, $\angle ECB$ 의 크기를 구하여라.

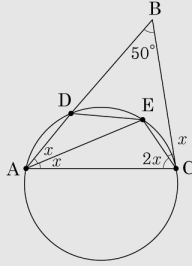


▶ 답:

▶ 정답 : 26 _

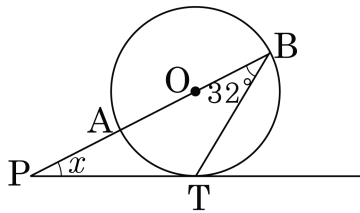
해설

다음 그림과 같이 보조선을 연결한 후



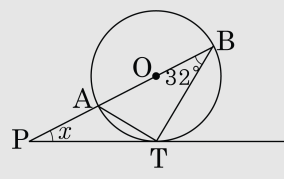
$\angle ECB = x$ 라 하면 접선과 현이 이루는 성질에 의하여 $\angle EAC = x$
 또한, $5.0\text{pt}\widehat{DE} = 5.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이므로 $\angle DAE = x$
 $5.0\text{pt}\widehat{AE} = 25.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이므로 $\angle ACE = 2x$
 따라서 삼각형 ABC 의 모든 내각의 합은 180° 이므로 $x + x +$
 $2x + x + 50^\circ = 180^\circ$
 $x = 26^\circ$
 $\therefore \angle ECB = 26^\circ$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고 $\overrightarrow{PT}$ 는 접선이다. $\angle PBT = 32^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하면?



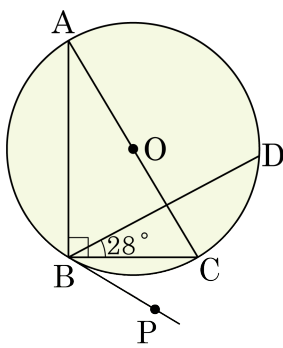
- ① 22° ② 24° ③ 26° ④ 28° ⑤ 30°

해설



그림과 같이 A와 T를 이으면
 $\angle ATP = \angle ABT = 32^\circ$
 $\triangle BPT$ 에서
 $\angle BPT = 180^\circ - (32^\circ + 32^\circ + 90^\circ) = 26^\circ$

20. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다.
 $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 28^\circ$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 44 ▶

▶ 정답 : 31°

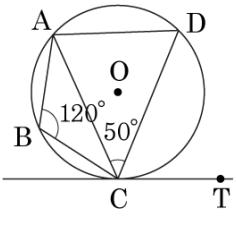
해설

$$\angle ABD = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 62^\circ) = 59^\circ$$

$$\angle CBP = \angle DBP - 28^\circ = \angle BAD - 28^\circ = 31^\circ$$

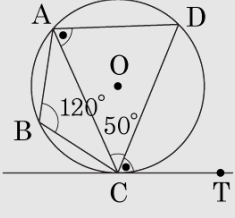
21. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O 에 내접한다. $\overleftrightarrow{CT}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\angle DCT$ 의 크기는?



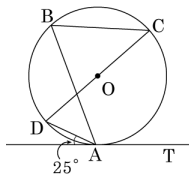
- ① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

내접사각형 $ABCD$ 에서
 $\angle ADC = 60^\circ$ 이므로 $\angle CAD = 70^\circ$ $\therefore \angle DCT = \angle CAD = 70^\circ$



22. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 $\overline{DC}$ 는 지름이다. $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



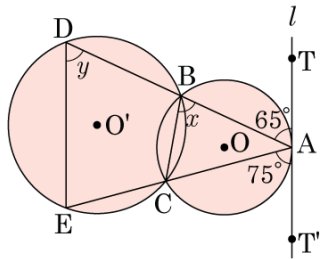
▶ 답: ③

▶ 정답 : 65°

해설

A와 C를 이으면 $\angle DAC = 90^\circ$, $\angle DCA = 25^\circ$ 이므로
 $\angle CDA = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$
 $\therefore \angle ABC = \angle CDA = 65^\circ$

23. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 를 접점으로 하는 원 O 의 접선이다. $\overline{BC}$ 가 두 원 O, O' 의 공통현이고 $\angle TAB = 65^\circ$, $\angle T'AC = 75^\circ$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기는?

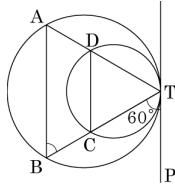


- ① 0° ② 5° ③ 10° ④ 15° ⑤ 20°

해설

$\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O 의 접선이므로
 $\angle x = \angle CAT' = 75^\circ$
 $\angle ACB = \angle BAT = 65^\circ$
 또, $\square BDEC$ 는 원 O' 에 내접하므로
 $\angle y = \angle ACB = 65^\circ$
 $\therefore \angle x - \angle y = 75^\circ - 65^\circ = 10^\circ$

24. 다음 그림에서 직선 PT는 두 원에 공통으로 접하는 직선이고 $\angle BTP = 60^\circ$, $\square ABCD$ 는 원에 내접하는 사각형일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?

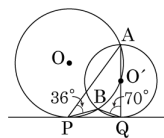


- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle CDT = 60^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABT = \angle CDT = 60^\circ$

25. 다음 그림과 같이 두 점 A, B에서 만나는 두 원 O, O'에 공통인 접선을 긋고, 두 원과의 접점을 각각 P, Q라고 하자. $\angle APB = 36^\circ$, $\angle AQB = 70^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 37°

해설

$\angle PAB = a$, $\angle QAB = b$ 라 하면
 $\angle BPQ = \angle PAB = a$
 $\angle BQP = \angle QAB = b$
 $\triangle APQ$ 는 내각의 합이 180° 이므로
 $a + b + 36^\circ + a + b + 70^\circ = 180^\circ$ 이다.
 따라서 $a + b = 37^\circ$ 이므로 $\angle PAQ = 37^\circ$ 이다.