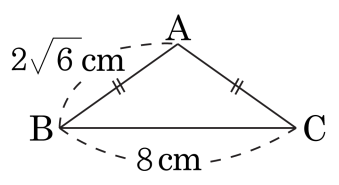
**1.** 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{6}\text{cm}, \overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

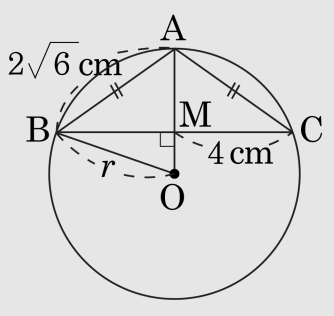



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$ cm

해설

외접원의 반지름을 $r$ 이라 하자. 원의 중심 O 에서 현 CB 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 그 연장선은 점 A 와 만난다.



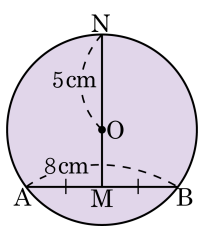

$\overline{MA}^2 = \left(2\sqrt{6}\right)^2 - 4^2 = 8$

$\therefore \overline{MA} = 2\sqrt{2}\,(\text{cm})$, $\overline{OM} = r - 2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$r^2 - 4^2 = \left(r - 2\sqrt{2}\right)^2$, $4\sqrt{2}r = 24$

$\therefore r = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

**2.** 오른쪽 그림과 같이 현 AB 의 수직이등분선과 원 O 가 만나는 점을 N 이라하고, 현 AB 와 만나는 점을 M 이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?

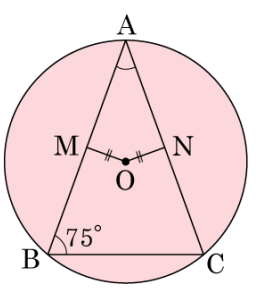



① 7 cm ② $7\sqrt{3}$ cm ③ 8 cm
④ $8\sqrt{3}$ cm ⑤ 9 cm

해설

$\triangle$OAM 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{OM}^2$ 이므로
$5^2 = 4^2 + \overline{OM}^2$
$\overline{OM} = 3\,\text{cm}$ ($\because \overline{OM} > 0$)
$\therefore \overline{MN} = \overline{OM} + \overline{ON} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

**3.** 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle B = 75°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?

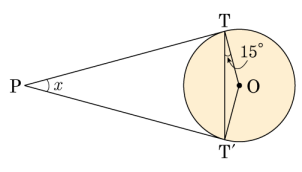



① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 65°

해설

원의 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 현의 길이는 같다.
따라서, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle A + 75° \times 2 = 180°$
$\therefore \angle A = 30°$

**4.** 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 은 접선이고, 두 점 T, T′ 은 접점이다. $\angle OTT' = 15°$ 일 때, $\angle TPT'$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 30 °

해설

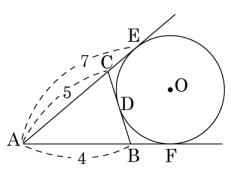
$\angle PTO = \angle PT'O = 90°$

$\angle PTT' = 90° - 15° = 75°$

$\triangle PTT'$ 은 이등변삼각형이므로

$\angle TPT' = 180° - 75° - 75° = 30°$

**5.** 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 방접원이고 점 D, E, F 는 원 O 의 접점이다.
$\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AE} = 7$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



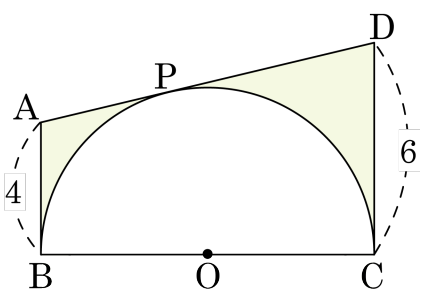

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$
$\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CE} = 3 + 2 = 5$

**6.** 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AB}$ , $\overline{CD}$ , $\overline{AD}$ 는 모두 원 O 의 접선일 때, 색칠한 부분의 둘레는?



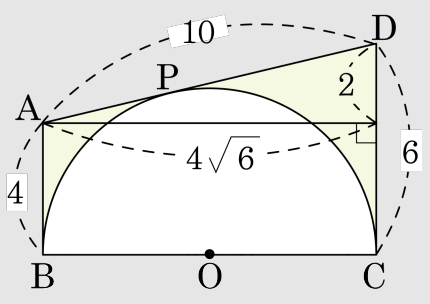

① 20　　② $10+21\pi$　　③ $12+2\sqrt{3}\pi$

④ $20+2\sqrt{6}\pi$　　⑤ $20+5\pi$

해설

$\overline{AB}=\overline{AP}, \overline{DP}=\overline{DC}$

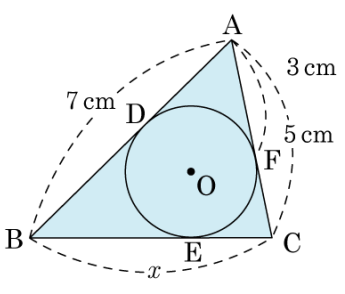
$\overline{AD}=\overline{AP}+\overline{DP}=10$




반원의 둘레는 $\frac{1}{2}\times\pi\times4\sqrt{6}=2\sqrt{6}\pi$

따라서, 색칠한 부분의 둘레는 $2\overline{AD}+5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}=20+2\sqrt{6}\pi$

**7.** 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F 는 접점일 때, $x$ 의 값은?




① 6cm ② 7cm

③ 8cm ④ 9cm

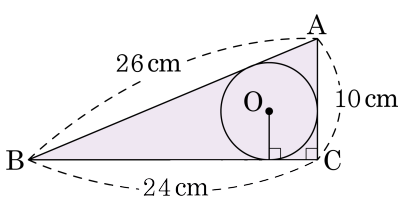
⑤ 10cm

해설

$\overline{AF} = 3(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CF} = \overline{CE} = 2(\text{cm}), \overline{BD} = \overline{BE} = 4(\text{cm})$

$\therefore x = \overline{BE} + \overline{CE} = 4 + 2 = 6(\text{cm})$

**8.** 다음 그림의 원 O는 $\overline{AB}$ = 26cm, $\overline{BC}$ = 24cm, $\overline{AC}$ = 10cm이고 $\angle C = 90°$인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O의 반지름의 길이는?




① 1cm ② $\frac{3}{2}$cm ③ 2cm ④ $\frac{7}{2}$cm ⑤ 4cm

해설

원 O와 직각삼각형 ABC의 접점을 각각 D, E, F라고 하고, 원의 반지름을 $r$라고 하자. □CFOE가 정사각형이므로

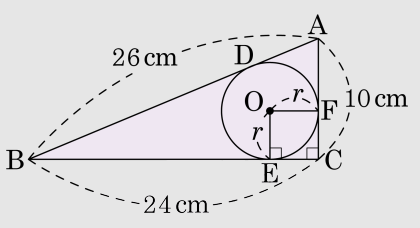
$\overline{CF} = \overline{CE} = r(\text{cm})$

$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 24 - r(\text{cm})$

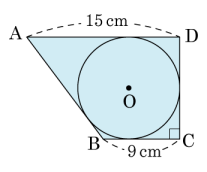
$\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 10 - r(cm)$

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$, $26 = (24 - r) + (10 - r)2r = 8$

$\therefore r = 4(\text{cm})$



**9.** 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.




▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

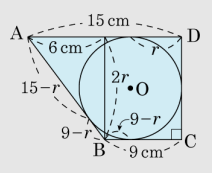
해설

반지름의 길이를 $rcm$라 하면 $(15-r+9-r)^2 = 6^2+(2r)^2$, $(24-2r)^2 = 36+4r^2$

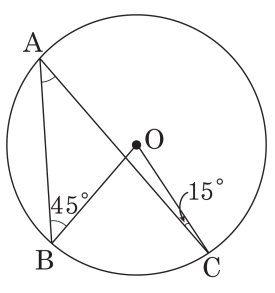
$576-96r+4r^2 = 36+4r^2$

$\therefore r = \frac{45}{8}(cm)$

(원의 둘레의 길이) $= 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi$ (cm)



**10.** 다음 그림에서 $\angle ABO = 45°$, $\angle ACO = 15°$일 때, $\angle BAC$의 크기는?

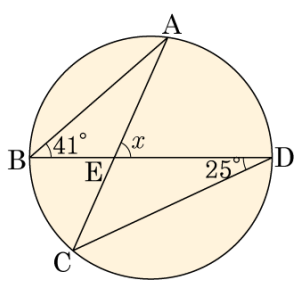



① 15°　② 20°　③ 28°
④ 30°　⑤ 35°

해설

$\triangle AOC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAO = 15°$
작은 쪽의 $\angle AOC = 150°$, 큰 쪽의 $\angle AOD = 210°$
$\angle ABC = 210 \times \frac{1}{2} = 105°$　　$\therefore\ \angle OBC = 60°$
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OCB = 60°$, $\angle ACB = 45°$
$\therefore\ \angle BAC = 180° - 45° - 60° - 45° = 30°$

**11.** 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?




① $60°$ ② $62°$ ③ $64°$

④ $66°$ ⑤ $68°$

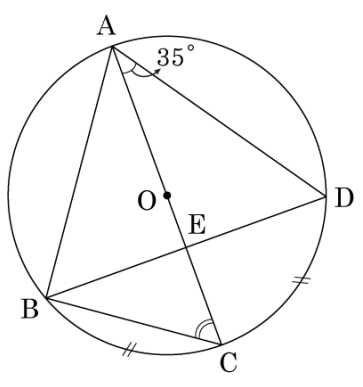
해설

$\angle ACD = \angle ABD = 41°$

$\triangle ECD$에서

$\angle x = \angle ECD + \angle EDC = 41° + 25° = 66°$

**12.** 다음 그림에서 $\overline{AC}$는 지름이고, 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$, $\angle CAD = 35°$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?




① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

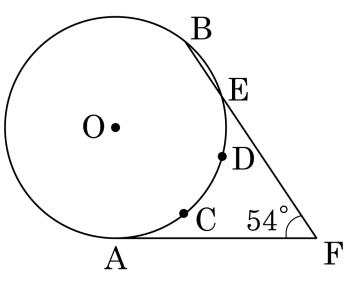
i ) 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 이므로 $\angle BAC = 35°$

ii ) $\angle ABC$ 는 반원에 대한 원주각이므로

$\angle ABC = 90°$

$\therefore\ \angle ACB = 180° - (90° + 35°) = 55°$

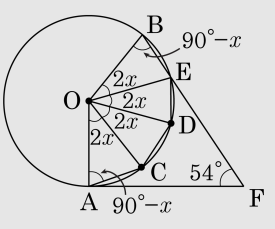
**13.** 다음 그림에서 세 점 C, D, E 는 호 AB 의 사등분점이고, 점 A 는 원 O 의 접점일 때, $\angle CAD$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 18°

해설




$\angle CAD = x$ 라 하면

$\angle COD = 2\angle CAD = 2x$ 이다.

$5.0pt\overset{\frown}{AC} = 5.0pt\overset{\frown}{CD} = 5.0pt\overset{\frown}{DE} = 5.0pt\overset{\frown}{EB}$ 이므로

$\angle AOC = \angle DOE = \angle EOB = 2x$ 이다.

$\triangle OAC$ 에서

$\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 2x) = 90° - x$ 이다.

$\triangle OBE \equiv \triangle OAC$ 이므로

$\angle OBE = \angle OAC = 90° - x$ 이다.

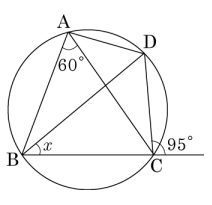
$\square OAFB$ 에서 네 각의 크기의 합은

$8x + 90° + 54° + (90° - x) = 360°$ 이다.

$7x = 126°$

$\therefore\ x = 18°$

**14.** 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?




① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

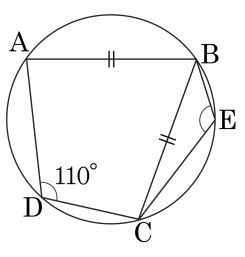
$\angle x = \angle \mathrm{DAC}$ 이고

$\angle \mathrm{BAC} + \angle \mathrm{DAC} = 95°$

$\angle \mathrm{DAC} = 95° - 60° = 35°$

$\therefore\ \angle x = \angle \mathrm{DAC} = 35°$

**15.** 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 의 외접원 위의 호 AD 위에 점 E 를 잡을 때, $\overline{AB} = \overline{BC}$ , $\angle D = 110°$ 이면 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.




보기

㉠ $\angle BAC = \angle BCA$ 이다.

㉡ $\angle ABC = 70°$ 이다.

㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 55°$ 이다.

㉣ $\angle BEC + \angle BCA = 180°$ 이다.

㉤ $\angle BEC = 115°$ 이다.

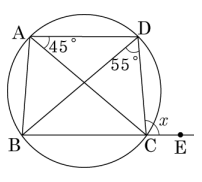
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ 내접사각형 ABEC 에서 $\angle BEC = 180° - \angle BAC = 180° - 35° = 125°$

**16.** 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



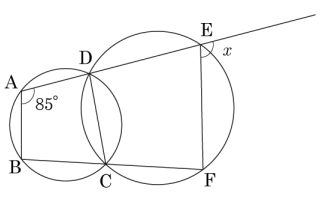

① 100° ② 102° ③ 104° ④ 106° ⑤ 108°

해설

$\angle BAC = \angle BDC = 55°$

$\therefore\ \angle x = 45° + 55° = 100°$

**17.** 다음 그림에서 $\angle A = 85°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

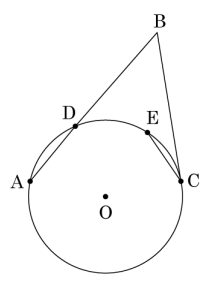



① 80° ② 85° ③ 90° ④ 95° ⑤ 100°

해설

원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고
□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle DCF = \angle A = 85°$ 이다.
□CDEF 가 원에 내접하므로
$\angle x = \angle DCF = 85°$ 이다.

**18.** 다음 그림에서 두 점 D, E 가 호 AC 의 삼등분점이고, $\angle ABC = 50°$ , 점 C 는 원 O 의 접점일 때, $\angle ECB$ 의 크기를 구하여라.

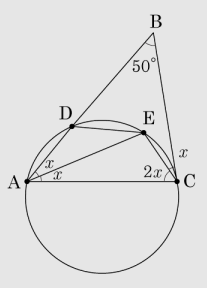



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 26 °

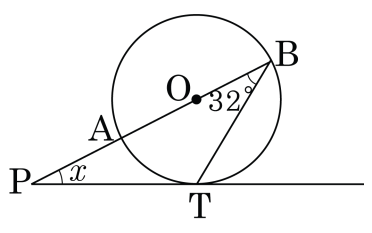
해설

다음 그림과 같이 보조선을 연결한 후



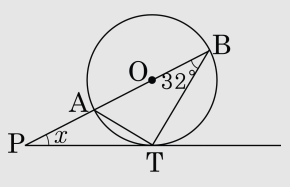

$\angle ECB = x$ 라 하면 접선과 현이 이루는 성질에 의하여 $\angle EAC = x$
또한, 5.0pt$\overset{\frown}{DE}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{EC}$ 이므로 $\angle DAE = x$
5.0pt$\overset{\frown}{AE}$ = 25.0pt$\overset{\frown}{EC}$ 이므로 $\angle ACE = 2x$
따라서 삼각형 ABC 의 모든 내각의 합은 180° 이므로 $x + x + 2x + x + 50° = 180°$
$x = 26°$
$\therefore\ \angle ECB = 26°$

**19.** 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{PT}$ 는 접선이다. $\angle PBT = 32°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하면?




① 22° ② 24° ③ 26° ④ 28° ⑤ 30°

해설



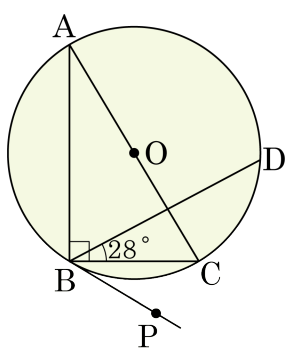

그림과 같이 A 와 T 를 이으면

$\angle ATP = \angle ABT = 32°$

$\triangle BPT$ 에서

$\angle BPT = 180° - (32° + 32° + 90°) = 26°$

**20.** 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 28°$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 31 °

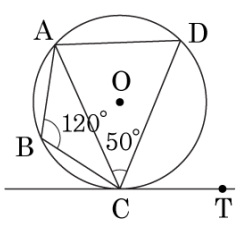
해설

$\angle ABD = 90° - 28° = 62°$

$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180° - 62°) = 59°$

$\angle CBP = \angle DBP - 28° = \angle BAD - 28° = 31°$

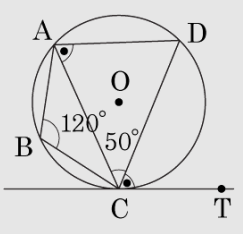
**21.** 다음 그림과 같이 □ABCD 가 원 O 에 내접한다. $\overleftrightarrow{CT}$ 가 원 O 의 접선일 때, ∠DCT 의 크기는?



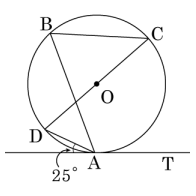

① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

내접사각형 ABCD 에서
∠ADC = 60° 이므로 ∠CAD = 70° ∴ ∠DCT = ∠CAD = 70°



**22.** 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 $\overline{DC}$ 는 지름이다. $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



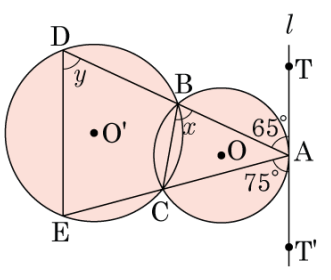

▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 65°

해설

A 와 C 를 이으면 $\angle DAC = 90°$ , $\angle DCA = 25°$ 이므로
$\angle CDA = 180° - 90° - 25° = 65°$
$\therefore\ \angle ABC = \angle CDA = 65°$

**23.** 다음 그림에서 직선 $l$ 은 점 A 를 접점으로 하는 원 O 의 접선이다. $\overline{BC}$ 가 두 원 O, O′ 의 공통현이고 $\angle TAB = 65°$, $\angle T'AC = 75°$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기는?

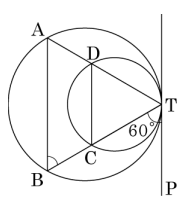



① 0°　② 5°　③ 10°　④ 15°　⑤ 20°

해설

$\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O 의 접선이므로
$\angle x = \angle CAT' = 75°$
$\angle ACB = \angle BAT = 65°$
또, □BDEC 는 원 O 에 내접하므로
$\angle y = \angle ACB = 65°$
$\therefore\ \angle x - \angle y = 75° - 65° = 10°$

**24.** 다음 그림에서 직선 PT 는 두 원에 공통으로 접하는 직선이고 $\angle BTP = 60°$ , □ABCD 는 원에 내접하는 사각형일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?

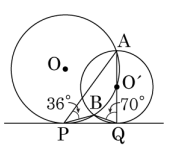



① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle CDT = 60°$
□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle ABT = \angle CDT = 60°$

**25.** 다음 그림과 같이 두 점 A, B 에서 만나는 두 원 O, O′ 에 공통인 접선을 긋고, 두 원과의 접점을 각각 P, Q 라고 하자. $\angle APB = 36°$, $\angle AQB = 70°$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 37 °

해설

$\angle PAB = a$, $\angle QAB = b$ 라 하면
$\angle BPQ = \angle PAB = a$
$\angle BQP = \angle QAB = b$

$\triangle APQ$ 는 내각의 합이 $180°$ 이므로
$a + b + 36° + a + b + 70° = 180°$ 이다.
따라서 $a + b = 37°$ 이므로 $\angle PAQ = 37°$ 이다.