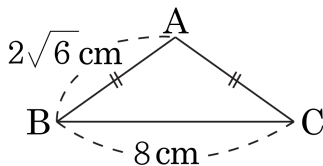


1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{6}\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

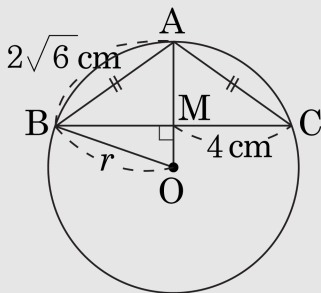


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}\text{cm}$

해설

외접원의 반지름을 r 이라 하자. 원의 중심 O 에서 현 BC 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 그 연장선은 점 A 와 만난다.



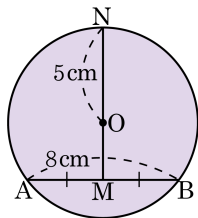
$$\overline{MA}^2 = (2\sqrt{6})^2 - 4^2 = 8$$

$$\therefore \overline{MA} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), \overline{OM} = r - 2\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$r^2 - 4^2 = (r - 2\sqrt{2})^2, 4\sqrt{2}r = 24$$

$$\therefore r = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

2. 오른쪽 그림과 같이 현 AB의 수직이등분선과 원 O가 만나는 점을 N이라고, 현 AB와 만나는 점을 M이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① 7 cm

② $7\sqrt{3}$ cm

③ 8 cm

④ $8\sqrt{3}$ cm

⑤ 9 cm

해설

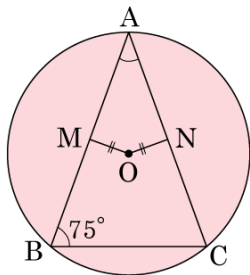
$\triangle OAM$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{OM}^2$ 이므로

$$5^2 = 4^2 + \overline{OM}^2$$

$$\overline{OM} = 3 \text{ cm } (\because \overline{OM} > 0)$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{OM} + \overline{ON} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$$

3. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle B = 75^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



① 25°

② 30°

③ 45°

④ 50°

⑤ 65°

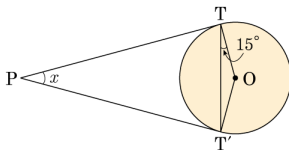
해설

원의 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 현의 길이는 같다.
따라서, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle A + 75^\circ \times 2 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ$$

4. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 은 접선이고, 두 점 T, T' 은 접점이다. $\angle OTT' = 15^\circ$ 일 때, $\angle TPT'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 30 °

해설

$$\angle PTO = \angle PT'O = 90^\circ$$

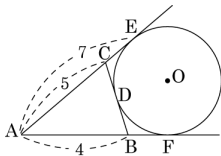
$$\angle PTT' = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

$\triangle PTT'$ 은 이등변삼각형이므로

$$\angle TPT' = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$$

5. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 방접원이고 점 D, E, F는 원 O의 접점이다.

$\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AE} = 7$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

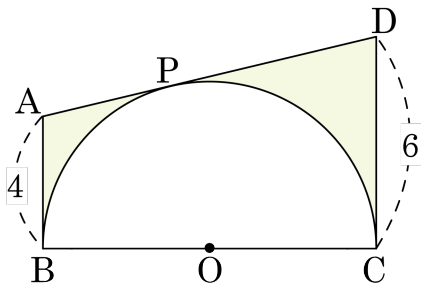
▷ 정답 : 5

해설

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$$

$$\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CE} = 3 + 2 = 5$$

6. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 모두 원 O 의 접선일 때, 색칠한 부분의 둘레는?



① 20

② $10 + 21\pi$

③ $12 + 2\sqrt{3}\pi$

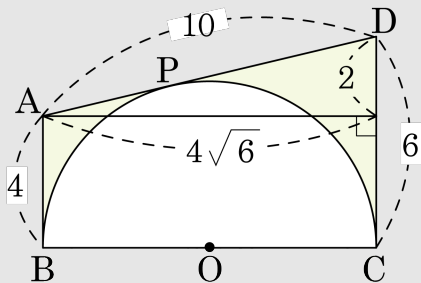
④ $20 + 2\sqrt{6}\pi$

⑤ $20 + 5\pi$

해설

$$\overline{AB} = \overline{AP}, \overline{DP} = \overline{DC}$$

$$\overline{AD} = \overline{AP} + \overline{DP} = 10$$



반원의 둘레는 $\frac{1}{2} \times \pi \times 4\sqrt{6} = 2\sqrt{6}\pi$

따라서, 색칠한 부분의 둘레는 $2\overline{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 20 + 2\sqrt{6}\pi$

7. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F는 접점일 때, x 의 값은?

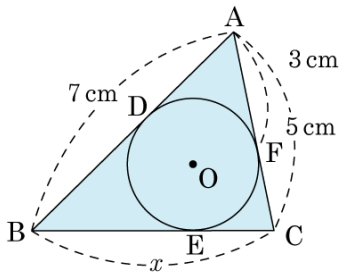
① 6cm

② 7cm

③ 8cm

④ 9cm

⑤ 10cm

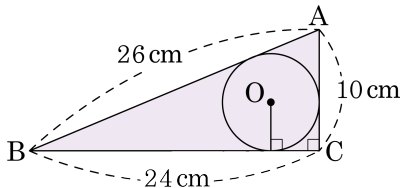


해설

$$\overline{AF} = 3(\text{cm}) \text{ 이므로 } \overline{CF} = \overline{CE} = 2(\text{cm}), \overline{BD} = \overline{BE} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore x = \overline{BE} + \overline{CE} = 4 + 2 = 6(\text{cm})$$

8. 다음 그림의 원 O는 $\overline{AB} = 26\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각 삼각형에 내접하고 있다. 내접 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 1cm ② $\frac{3}{2}\text{cm}$ ③ 2cm ④ $\frac{7}{2}\text{cm}$ ⑤ 4cm

해설

원 O와 직각삼각형 ABC의 접점을 각각 D, E, F라고 하고, 원의 반지름을 r 라고 하자. $\square\text{CFOE}$ 가 정사각형이므로

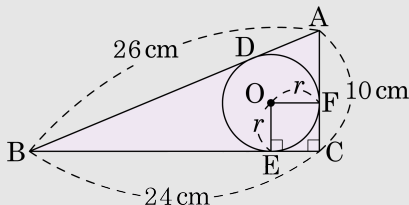
$$\overline{CF} = \overline{CE} = r(\text{cm})$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 24 - r(\text{cm})$$

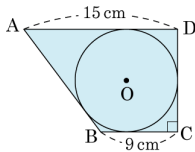
$$\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 10 - r(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}, 26 = (24 - r) + (10 - r) \quad 2r = 8$$

$$\therefore r = 4(\text{cm})$$



9. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

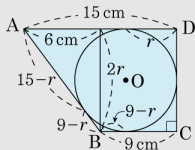
해설

반지름의 길이를 r cm 라 하면 $(15-r+9-r)^2 = 6^2 + (2r)^2$, $(24-2r)^2 = 36 + 4r^2$

$$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$$

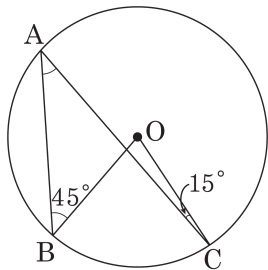
$$\therefore r = \frac{45}{8}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi(\text{cm})$$



10. 다음 그림에서 $\angle ABO = 45^\circ$, $\angle ACO = 15^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

- ① 15° ② 20° ③ 28°
 ④ 30° ⑤ 35°



해설

$\triangle AOC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAO = 15^\circ$

작은 쪽의 $\angle AOC = 150^\circ$, 큰 쪽의 $\angle AOD = 210^\circ$

$$\angle ABC = 210 \times \frac{1}{2} = 105^\circ \quad \therefore \angle OBC = 60^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB = 60^\circ, \angle ACB = 45^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

11. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

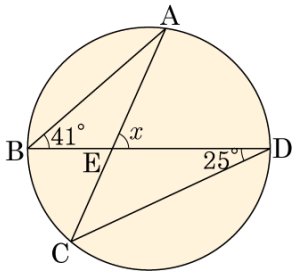
① 60°

② 62°

③ 64°

④ 66°

⑤ 68°



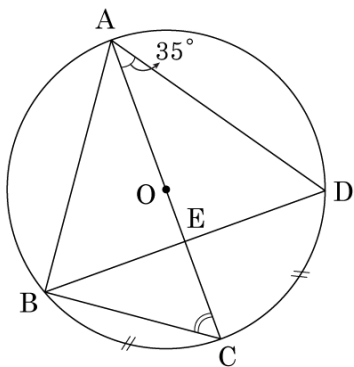
해설

$$\angle ACD = \angle ABD = 41^\circ$$

$\triangle ECD$ 에서

$$\angle x = \angle ECD + \angle EDC = 41^\circ + 25^\circ = 66^\circ$$

12. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 지름이고,
 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle CAD = 35^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



① 35°

② 40°

③ 45°

④ 50°

⑤ 55°

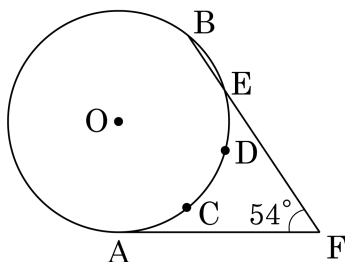
해설

i) $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 이므로 $\angle BAC = 35^\circ$

ii) $\angle ABC$ 는 반원에 대한 원주각이므로
 $\angle ABC = 90^\circ$

$\therefore \angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$

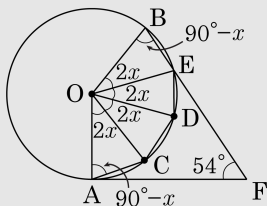
13. 다음 그림에서 세 점 C, D, E 는 호 AB 의 사등분점이고, 점 A 는 원 O 의 접점일 때, $\angle CAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 18°

해설



$\angle CAD = x$ 라 하면

$\angle COD = 2\angle CAD = 2x$ 이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 5.0\text{pt}\widehat{DE} = 5.0\text{pt}\widehat{EB}$ 이므로

$\angle AOC = \angle DOE = \angle EOB = 2x$ 이다.

$\triangle OAC$ 에서

$\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 2x) = 90^\circ - x$ 이다.

$\triangle OBE \equiv \triangle OAC$ 이므로

$\angle OBE = \angle OAC = 90^\circ - x$ 이다.

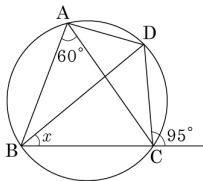
$\square OAFB$ 에서 네 각의 크기의 합은

$8x + 90^\circ + 54^\circ + (90^\circ - x) = 360^\circ$ 이다.

$7x = 126^\circ$

$\therefore x = 18^\circ$

14. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 45°

⑤ 50°

해설

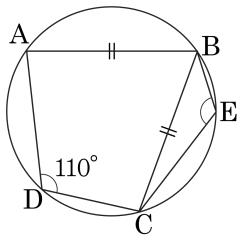
$\angle x = \angle DAC$ 이고

$\angle BAC + \angle DAC = 95^\circ$

$\angle DAC = 95^\circ - 60^\circ = 35^\circ$

$\therefore \angle x = \angle DAC = 35^\circ$

15. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 의 외접원 위의 호 AD 위에 점 E 를 잡을 때, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle D = 110^\circ$ 이면 보기에서 옳지 않은 것을 골라라.



보기

- ㉠ $\angle BAC = \angle BCA$ 이다.
- ㉡ $\angle ABC = 70^\circ$ 이다.
- ㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 55^\circ$ 이다.
- ㉣ $\angle BEC + \angle BCA = 180^\circ$ 이다.
- ㉤ $\angle BEC = 115^\circ$ 이다.

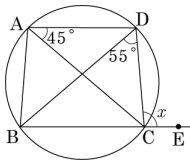
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ 내접사각형 ABEC 에서 $\angle BEC = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 35^\circ = 125^\circ$

16. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



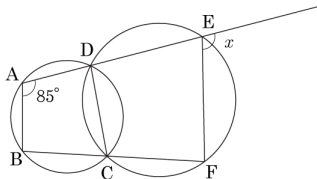
- ① 100° ② 102° ③ 104° ④ 106° ⑤ 108°

해설

$$\angle BAC = \angle BDC = 55^\circ$$

$$\therefore \angle x = 45^\circ + 55^\circ = 100^\circ$$

17. 다음 그림에서 $\angle A = 85^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 80°

② 85°

③ 90°

④ 95°

⑤ 100°

해설

원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고

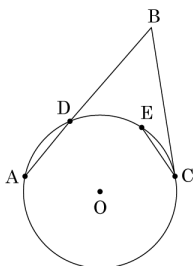
$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$\angle DCF = \angle A = 85^\circ$ 이다.

$\square CDEF$ 가 원에 내접하므로

$\angle x = \angle DCF = 85^\circ$ 이다.

18. 다음 그림에서 두 점 D, E가 호 AC의 삼등분점이고, $\angle ABC = 50^\circ$, 점 C는 원 O의 접점일 때, $\angle ECB$ 의 크기를 구하여라.



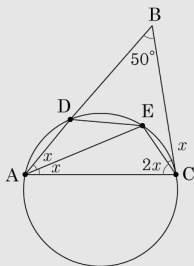
▶ 답 :

°

▶ 정답 : 26 °

해설

다음 그림과 같이 보조선을 연결한 후



$\angle ECB = x$ 라 하면 접선과 현이 이루는 성질에 의하여 $\angle EAC = x$

또한, $5.0\text{pt}\widehat{DE} = 5.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이므로 $\angle DAE = x$

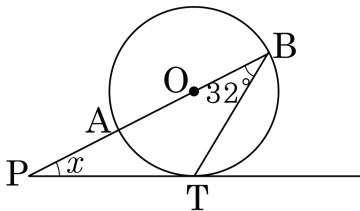
$5.0\text{pt}\widehat{AE} = 25.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이므로 $\angle ACE = 2x$

따라서 삼각형 ABC의 모든 내각의 합은 180° 이므로 $x + x + 2x + x + 50^\circ = 180^\circ$

$$x = 26^\circ$$

$$\therefore \angle ECB = 26^\circ$$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고 $\overrightarrow{PT}$ 는 접선이다. $\angle PBT = 32^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하면?



① 22°

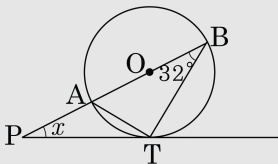
② 24°

③ 26°

④ 28°

⑤ 30°

해설



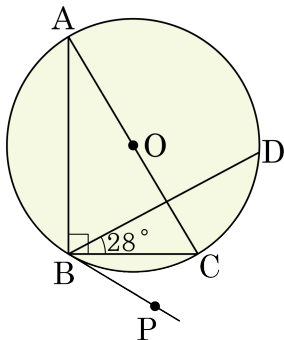
그림과 같이 A와 T를 이으면

$$\angle ATP = \angle ABT = 32^\circ$$

$\triangle BPT$ 에서

$$\angle BPT = 180^\circ - (32^\circ + 32^\circ + 90^\circ) = 26^\circ$$

20. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다.
 $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 28^\circ$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 31 _

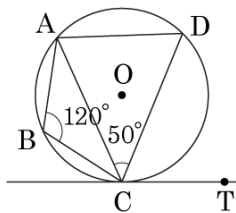
해설

$$\angle ABD = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 62^\circ) = 59^\circ$$

$$\angle CBP = \angle DBP - 28^\circ = \angle BAD - 28^\circ = 31^\circ$$

21. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O 에 내접한다. $\overleftrightarrow{CT}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\angle DCT$ 의 크기는?



① 40°

② 50°

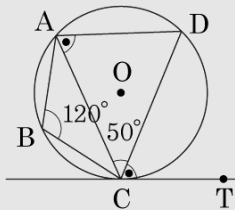
③ 60°

④ 70°

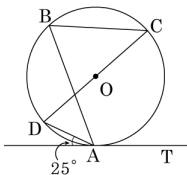
⑤ 80°

해설

내접사각형 $ABCD$ 에서
 $\angle ADC = 60^\circ$ 이므로 $\angle CAD = 70^\circ$ $\therefore \angle DCT = \angle CAD = 70^\circ$



22. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 $\overline{DC}$ 는 지름이다. $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



답 :

$\underline{\quad}^{\circ}$

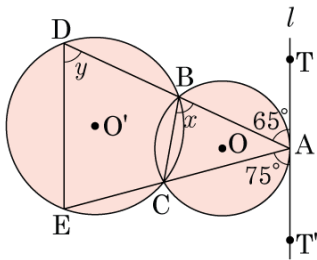


정답 : 65°

해설

A 와 C 를 이으면 $\angle DAC = 90^{\circ}$, $\angle DCA = 25^{\circ}$ 이므로
 $\angle CDA = 180^{\circ} - 90^{\circ} - 25^{\circ} = 65^{\circ}$
 $\therefore \angle ABC = \angle CDA = 65^{\circ}$

23. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 를 접점으로 하는 원 O 의 접선이다.
 $\overline{BC}$ 가 두 원 O, O' 의 공통현이고 $\angle TAB = 65^\circ$, $\angle T'AC = 75^\circ$ 일 때,
 $\angle x - \angle y$ 의 크기는?



① 0°

② 5°

③ 10°

④ 15°

⑤ 20°

해설

$\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O 의 접선이므로

$$\angle x = \angle CAT' = 75^\circ$$

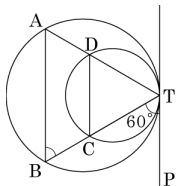
$$\angle ACB = \angle BAT = 65^\circ$$

또, $\square BDEC$ 는 원 O' 에 내접하므로

$$\angle y = \angle ACB = 65^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 75^\circ - 65^\circ = 10^\circ$$

24. 다음 그림에서 직선 PT는 두 원에 공통으로 접하는 직선이고 $\angle BTP = 60^\circ$, $\square ABCD$ 는 원에 내접하는 사각형일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

⑤ 70°

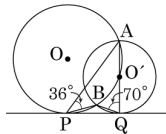
해설

$$\angle CDT = 60^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ABT = \angle CDT = 60^\circ$$

25. 다음 그림과 같이 두 점 A, B 에서 만나는 두 원 O, O' 에 공통인 접선을 긋고, 두 원과의 접점을 각각 P, Q 라고 하자. $\angle APB = 36^\circ$, $\angle AQB = 70^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



답 :

○

▷ 정답 : 37 °

해설

 $\angle PAB = a, \angle QAB = b$ 라 하면
$$\angle BPQ = \angle PAB = a$$
$$\angle BQP = \angle QAB = b$$

$\triangle APQ$ 는 내각의 합이 180° 이므로

$$a + b + 36^\circ + a + b + 70^\circ = 180^\circ \text{ 이다.}$$

따라서 $a + b = 37^\circ$ 이므로 $\angle PAQ = 37^\circ$ 이다.