1. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y-x$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

따라서 $x = 2,\ y = 5$

$y - x = 3$

2. 다음 중 72와 서로소인 것을 모두 고르면?

① 3 ② 5 ③ 13 ④ 24 ⑤ 36

해설
① 72 와 3 의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.
④ 72 와 24 의 최대공약수는 8 이므로 서로소가 아니다.
⑤ 72 와 36 의 최대공약수는 36 이므로 서로소가 아니다.
따라서 주어진 수 중에서 72 와 서로소인 것은 5 와 13 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 9 의 약수는 1, 3, 9 이다.
② 18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.
③ 9 와 18 의 최대공약수는 9 이다.
④ 9 와 18 의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9 의 약수와 같다.
⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 2 개이다.

해설
⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 최대공약수 9 의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

4. 토마토 15 개, 키위 21 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3 개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

15 개, 21 개를 똑같이 나누면 3 개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수 6 이다.

5. 5 로 나누어도 3 이 남고, 6 으로 나누어도 3 이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5 , 6 의 공배수보다 3 만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5 , 6 의 최소공배수는 30 이므로 5 , 6 의 공배수는 $30, 60, \cdots$ 이다.
따라서 구하는 수는 $33, 63, 93$ 이다.

6. $3^a = 81$, $5^b = 625$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$3^4 = 81$, $5^4 = 625$ 이므로 $a+b = 4+4 = 8$ 이다.

7. 다음 수의 소인수의 합을 구하여라.

60

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로
소인수는 2, 3, 5 이다.
따라서 소인수의 합은 $2 + 3 + 5 = 10$ 이다.

8. 다음 수들 중 약수의 개수가 다른 것은?

① $3^3 \times 2^2$　② 3×2^5　③ $2^4 \times 3^2$
④ $2 \times 3 \times 5^2$　⑤ $5^3 \times 7^2$

해설

$N = a^x b^y c^z$ 으로 소인수분해 될 때 N 의 약수의 개수는 $(x+1) \times (y+1) \times (z+1)$ 개다.
① $3^3 \times 2^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$
② $3 \times 2^5 \rightarrow (1+1) \times (5+1) = 2 \times 6 = 12$
③ $2^4 \times 3^2 \rightarrow (4+1) \times (2+1) = 5 \times 3 = 15$
④ $2 \times 3 \times 5^2 \rightarrow (1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 2 \times 2 \times 3 = 12$
⑤ $5^3 \times 7^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$

9. $2^2 \times \boxed{} \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 수는?

① 2　② 3　③ 5　④ 7　⑤ 11

해설

$2^2 \times a^n \times 7$
$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \;\therefore\; n = 1$
2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로
$3^1 = 3$

10. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고 최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$
최대공약수 : $2^2 \times 3^2$
최소공배수 : $2^4 \times 3^3 \times 5$
$a = 2$, $b = 3$
$a + b = 2 + 3 = 5$

11. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

해설

두 자연수를 $A = 9 \times a$, $B = 9 \times b$
($a < b$, a와 b는 서로소)라 하면
$405 = 9 \times 9 \times a \times b$ $\quad \therefore a \times b = 5$
$\therefore$ $(a, b) = (1, 5)$
따라서 $A = 9$, $B = 9 \times 5 = 45$ 이다.

12. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 6　　⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는18 과 24 의 최대공약수인 6 이다.

13. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 18, 나머지가 3 이었다. x 를 9 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 18 \times y + 3 = 9 \times 2 \times y + 3$ 이다. 따라서 9 로 나누었을 때의 나머지는 3 이다.

14. 1 에서 100 까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

$(1,\ 2,\ 3),\ (2,\ 3,\ 4),\ (3,\ 4,\ 5),\ \cdots,\ (98,\ 99,\ 100)$

이때, 세 수의 합이 21 의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를

$(a-1,\ a,\ a+1)$ $(2 \le a \le 99)$ 라 하면,

$(a-1)+(a)+(a+1) =$(21 의 배수)

$\Rightarrow 3a =$ (21 의 배수)

$\Rightarrow a =$ (7 의 배수)

$\therefore\ 2 \le a \le 99$ 일 때, 7 의 배수는 14 개

15. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2,\ b = 3,\ c = 5,\ x = 4,\ y = 3,\ z = 1$ 이다.
$\therefore\ a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

16. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times 7 \times 1^2 = 35$ 이고, 두 번째 작은 자연수는
$5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

17. $\dfrac{686}{n} = a^2$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a+n$ 의 값을 구하여라.
(단, n 은 조건을 만족하는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$686 = 2 \times 7^3$
$n = 14, \quad a = 7$
$a + n = 7 + 14 = 21$

18. $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 $\boxed{}$ 안에 들어갈 수는?

① 5　② 4　③ 3　④ 2　⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 이므로

약수의 개수는

$(2+1) \times (\boxed{} + 1) \times (1+1) = 18$ (개)

$\therefore \boxed{} = 2$

19. 세 자연수 45, A, 90 의 최대공약수가 15 일 때, A 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

A 는 15 를 약수로 갖고 있으므로, 두 자리 자연수인 15 의 배수를 나열해 보면 다음과 같다.
15, 30, 45, 60, 75, 90
이 중, 45, 90 과의 최대공약수가 15 가 될 수 있는 자연수는
15, 30, 60, 75 이다.
이 중 가장 큰 수는 75 이다.

20. 세 자연수의 비가 $2:6:8$ 이고 최소공배수가 72 일 때, 세 자연수의 합으로 옳은 것은?

① 46　② 48　③ 50　④ 52　⑤ 54

해설

세 자연수의 비가 $2:6:8$ 이므로 세 자연수는 각각 $2\times a,\ 6\times a,\ 8\times a$ 로 나타낼 수 있다.
또한 최소공배수는 $2^3\times 3\times a = 72 = 2^3\times 3^2$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a=3$ 이다.
따라서 세 자연수는 각각 $6=2\times 3,\ 18=6\times 3,\ 24=8\times 3$ 이므로
세 수의 합은 $6+18+24=48$ 이다.

21. 달리기 대회에서 기념품으로 수건 120 개, 스카프 144 개, 모자 156 개를 되도록 많은 참가자들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 이 때, 한 명이 받게 되는 수건과 스카프, 모자의 개수로 옳은 것은?

① 5 개, 6 개, 9 개
② 6 개, 12 개, 18 개
③ 18 개, 12 개, 10 개
④ 12 개, 12 개, 12 개
⑤ 10 개, 12 개, 13 개

해설

참가자들의 수는
120, 144, 156 의 최대공약수이므로 12
한 명이 받게 되는 수건, 스카프, 모자의 수는 각각
$120 \div 12 = 10$, $144 \div 12 = 12$, $156 \div 12 = 13$

22. 가로의 길이가 720cm, 세로의 길이가 $2^2 \times 3^2 \times 7$cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

① 140 개　　② 160 개　　③ 180 개
④ 200 개　　⑤ 220 개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는
$2^2 \times 3^2 = 36$
따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는
$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140$ (개) 이다.

23. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?

① 오전 9 시
② 오전 10 시 40 분
③ 오후 1 시 10 분
④ 오후 2 시
⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분) 이다.
즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

24. 가로의 길이가 4cm , 세로의 길이가 6cm , 높이가 3cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 직육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 14 개 ② 16 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3 의 최소공배수 12cm 이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24$(개) 이다.

25. 두 분수 $\frac{55}{42}$, $\frac{22}{35}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다. 이러한 수 중 가장 작은 수를 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

곱해야 할 수는 분자가 42, 35 의 최소공배수이고, 분모가 55, 22 의 최대공약수인 분수이다.

분자 : $7 \times 6 \times 5 = 210$, 분모 : 11

$\frac{55}{42} \times \frac{210}{11} = 25$, $\frac{22}{35} \times \frac{210}{11} = 12$

$\therefore\ 25 + 12 = 37$